

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**SANDER JONER**

**PROPOSTA DE MODELO MATEMÁTICO PARA A PRODUÇÃO E  
TESTE DE FUNCIONALIDADE EM AMBIENTE DE MÁQUINAS**

**CURITIBA**

**2017**

SANDER JONER

**PROPOSTA DE MODELO MATEMÁTICO PARA A PRODUÇÃO E TESTE DE  
FUNCIONALIDADE EM AMBIENTE DE MÁQUINAS**

Tese apresentada como requisito de título de Doutor em Ciências. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia-Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná  
Orientadora: Prof<sup>a</sup> Neida Maria Patias Volpi, DSc.

CURITIBA

2017

Joner, Sander

Proposta de modelo matemático para a produção e teste de funcionalidade em ambiente de máquinas / Sander Joner. - Curitiba, 2017.

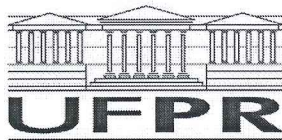
109 f. : il., tabs, grafs.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia e Ciências Exatas, Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientadora: Neida Maria Patias Volpi

1. Controle de estoque. 2. Controle de produção. 3. Modelos matemáticos. 4. Máquinas – Alinhamento. I. Volpi, Neida Maria Patias. II. Título.

CDD 511.8



## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **SANDER JONER** intitulada: **PROPOSTA DE MODELO MATEMÁTICO PARA A PRODUÇÃO E TESTE DE FUNCIONALIDADE EM AMBIENTE DE MÁQUINAS**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua

APROVAÇÃO.

Curitiba, 10 de Abril de 2017.

NEIDA MARIA PATIAS VOLPI  
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

LEANDRO MAGATAO  
Avaliador Externo (UTFPR)

PAULO HENRIQUE SIQUEIRA  
Avaliador Interno (UFPR)

DEISE MARIA BERTHOLDI COSTA  
Avaliador Interno (UFPR)

MARIA DO SOCORRO NOGUEIRA RANGEL  
Avaliador Externo (UNESP/SJRP)

VOLMIR EUGÊNIO WILHELM  
Avaliador Interno (UFPR)

*Este trabalho é dedicado a minha profissão de professor e pesquisador, que nesse País, apesar do pouquíssimo reconhecimento, sinto-me muito agradecido e orgulhoso de conquistar mais essa etapa.*

## AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que de alguma forma doaram um pouco de si para que a conclusão deste trabalho se tornasse possível:

A Deus, por acreditar que nossa existência pressupõe outra infinitamente superior. Que me deu saúde física e mental para poder enfrentar esse desafio, pois foram três anos trabalhando e fazendo um doutorado, com várias viagens de Jaraguá do Sul à Curitiba, e somente em 2016 até o presente momento, que consegui um afastamento integral do meu trabalho (IFSC) para finalizar essa tese. Não foi fácil!

A minha professora orientadora, Dra. Neida Patias Volpi, pelo auxílio, disponibilidade de tempo e sempre com uma paciência de discutir comigo cada detalhe dessa tese. Muito obrigado por acreditar em mim.

Aos meus pais, Pedro Antonio Joner (*in memoriam*) e Roseli Pinheiro Joner, que sempre me incentivaram a procurar todos os meus objetivos e lutar por eles. Minha querida mãe que sempre ao sair de casa aqui em Curitiba, ou em Jaraguá do Sul para enfrentar as várias viagens, apesar da sua limitação de saúde, sempre me dizia: "Vai com Deus".

A todos meus amigos e familiares que de alguma maneira sempre ouviram minhas queixas e estavam ali para me consolar.

Ao meu querido Augusto Marques, por estar ao meu lado sempre me apoiando e me dando forças em vários obstáculos que foram surgindo durante a execução dessa tese, principalmente por entender e compreender a minha oscilação de humor.

A todos meus professores do Curso de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da UFPR pela base adquirida para chegar nessa conquista.

Ao colega, professor e pesquisador Dr. Marcos Furlan pelas orientações cedidas durante o desenvolvimento final desse trabalho.

À banca examinadora dessa tese por ceder seu tempo e fazer as devidas considerações.

A todos meus amigos, colegas e alunos do Instituto Federal de Santa Catarina-IFSC, especialmente do campus Jaraguá do Sul-Rau por me apoiarem e acreditarem em mim.

*“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes”.*  
*(Marthin Luther King)*

## RESUMO

Este trabalho está baseado nos estudos de modelos matemáticos para problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes existentes na literatura. Com base nesses trabalhos foi proposto um modelo matemático envolvendo um ambiente produtivo com máquinas distintas em paralelo em um setor de uma indústria que sincroniza dois estágios do ambiente operacional, ou seja, a produção e o teste de funcionalidade com estoque intermediário. O primeiro estágio consiste num ambiente onde ocorre a produção de itens em várias máquinas paralelas distintas. O segundo é formado por fornos de teste nos quais são simuladas situações climáticas adversas de modo a testar o funcionamento dos itens fabricados. É proposto um modelo matemático para auxílio no processo de gestão das ordens de produção, de modo a determinar em quais máquinas bem como em que ordem os itens serão produzidos no primeiro estágio, de modo a reduzir custos de produção neste estágio, bem como atender ao melhor aproveitamento possível dos fornos de teste, evitando a operação destes contendo espaços ociosos e controlando os estoques intermediários. É importante fazer um sincronismo na linha de produção durante o planejamento da produção, para evitar excessos de estoques e paradas de máquinas, reduzindo assim custos desnecessários. Devido à busca pela minimização de custos, torna-se necessário sempre que possível, utilizar ao máximo a capacidade dos fornos, buscando atender às demandas previstas para o horizonte de planejamento. Para validação do modelo, propõe-se uma aplicação com dados genéricos obtidos de uma empresa fabricante de inversores, o qual é resolvido com uso do software CPLEX e as heurísticas *Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize*. Nos testes realizados a heurística *Relax-and-Fix* teve um desempenho melhor em cenários onde a quantidade de subproblemas foi maior. O modelo pode ser aplicado em outros ambientes industriais com características similares, como por exemplo, no processo de montagem de um computador ou de um refrigerador, entre outros.

**Palavras-chaves:** Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes. Estoques Intermediários. Teste de Funcionalidade.



## ABSTRACT

This work is based on the studies of mathematical models for problems of dimensioning and sequencing of lots existing in the literature. Based on these works, a mathematical model involving a productive environment with distinct machines in parallel was proposed in a sector of an industry that synchronizes two stages of the operational environment, that is, the production and the test of functionality with intermediate stock. The first stage consists of an environment where the production of items occurs in several different parallel machines. The second is formed by test furnaces in which adverse weather conditions are simulated in order to test the operation of the manufactured items. A mathematical model is proposed to aid in the process of the management of the production orders, in order to determine in which machines as well as in which order the items will be produced in the first stage, in order to reduce production costs at this stage, as well as to take care of the best possible use of the test furnaces, avoiding the operation of these containing idle spaces and controlling the intermediate stocks. It is important to synchronize the production line during production planning to avoid overstocking and downtime, thus reducing unnecessary costs. Due to the search for cost minimization, it is necessary, whenever possible, to make maximum use of the furnace capacity, in order to meet the demands for the planning horizon. To validate the model, it is proposed an application with generic data obtained from an inverter manufacturer, which is solved using the CPLEX software and the Relax-and-Fix and Fix-and-Optimize heuristics. In the tests performed the Relax-and-Fix heuristic performed better in scenarios where the number of subproblems was greater. The model can be applied in other industrial environments with similar characteristics, for example, in the process of assembling a computer or a refrigerator, among others.

**Key-words:** Lot Sizing and Scheduling. Intermediate Stocks. Functionality Test.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 3.1 – Descrição do Ambiente de Produção . . . . .	42
FIGURA 3.2 – Tipos de Inversores . . . . .	43
FIGURA 3.3 – Montagem de Inversores . . . . .	44
FIGURA 3.4 – Teste de Funcionalidade dos Inversores . . . . .	44
FIGURA 3.5 – Representação do Ambiente de Produção . . . . .	46
FIGURA 4.1 – Representação dos períodos e subperíodos no Horizonte Planejamento . .	50
FIGURA 4.2 – Exemplo de uma sequência de produção em uma máquina $l$ . . . . .	50
FIGURA 4.3 – Representação gráfica do Ambiente Produtivo do problema em um período $t$	51
FIGURA 4.4 – Exemplo de três itens produzidos . . . . .	55
FIGURA 4.5 – Representação Gráfica do Cenário 1 . . . . .	64
FIGURA 4.6 – Fluxo do Estoque Intermediário do Cenário 1 . . . . .	65
FIGURA 4.7 – Utilização da capacidade dos fornos no Cenário 1 . . . . .	65
FIGURA 4.8 – Representação Gráfica do Cenário 2 . . . . .	70
FIGURA 4.9 – Fluxo do Estoque Intermediário do Cenário 2 . . . . .	71
FIGURA 4.10–Utilização da capacidade dos fornos no Cenário 2 . . . . .	71
FIGURA 5.1 – Estratégia RF-P - Partição por períodos - Subproblema Inicial . . . . .	74
FIGURA 5.2 – Estratégia RF-P - Partição por períodos - Subproblema Secundário . . .	75
FIGURA 5.3 – Estratégia RF-M - Partição por máquinas - Subproblema Inicial . . . . .	76
FIGURA 5.4 – Estratégia RF-M - Partição por máquinas - Subproblema Secundário . .	76
FIGURA 5.5 – Estratégia RF-I - Partição por itens - Subproblema Inicial . . . . .	77
FIGURA 5.6 – Estratégia RF-I - Partição por itens - Subproblema Secundário . . . . .	78
FIGURA 5.7 – Representação genérica da heurística <i>fix-and-optimize</i> . . . . .	79
FIGURA 6.1 – Função Objetivo do Cenário P1 . . . . .	83
FIGURA 6.2 – Função Objetivo do Cenário P2 . . . . .	84
FIGURA 6.3 – Tempo Computacional do Cenário P2 . . . . .	84
FIGURA 6.4 – GAP do Cenário P2 . . . . .	85
FIGURA 6.5 – Função Objetivo do Cenário P3 . . . . .	85
FIGURA 6.6 – Tempo Computacional do Cenário P3 . . . . .	86
FIGURA 6.7 – GAP do Cenário P3 . . . . .	86
FIGURA 6.8 – Função Objetivo do Cenário P4 . . . . .	87
FIGURA 6.9 – Tempo Computacional do Cenário P4 . . . . .	87
FIGURA 6.10–GAP do Cenário P4 . . . . .	88
FIGURA 6.11–Gráfico do perfil de desempenho em relação a função objetivo das heurís- ticas <i>relax-and-fix</i> . . . . .	96
FIGURA 6.12–Gráfico do perfil de desempenho em relação ao tempo computacional das heurísticas <i>relax-and-fix</i> . . . . .	98

FIGURA 6.13–Gráfico do perfil de desempenho em relação ao GAP das heurísticas

*relax-and-fix*. . . . . 100

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Casos da restrição (2.31) . . . . .	36
TABELA 2 – Relações entre as restrições (2.30) e (2.31) . . . . .	36
TABELA 3 – Casos da restrição (2.33) . . . . .	37
TABELA 4 – Parâmetros e Dados utilizados na geração dos cenários . . . . .	56
TABELA 5 – Dimensão dos cenários gerados . . . . .	57
TABELA 6 – Dados de cada item . . . . .	57
TABELA 7 – Dados de cada item em diferentes máquinas . . . . .	58
TABELA 8 – Capacidade de produção disponível em cada máquina $l$ em minutos . . . . .	58
TABELA 9 – Custo e Tempo de <i>setup</i> dependente da sequência em cada máquina . . . . .	58
TABELA 10 – Dados para cada item em diferentes fornos . . . . .	59
TABELA 11 – Resultados dos Custos do Cenário 1 . . . . .	59
TABELA 12 – Resultados da Solução do Cenário 1 . . . . .	61
TABELA 13 – Continuação dos Resultados da Solução do Cenário 1 . . . . .	62
TABELA 14 – Resultados da Solução do Cenário 2 . . . . .	67
TABELA 15 – Continuação dos Resultados da Solução do Cenário 2 . . . . .	68
TABELA 16 – Resultados dos Custos do Cenário 2 . . . . .	69
TABELA 17 – Dimensão dos problemas gerados . . . . .	82
TABELA 18 – Resultados dos problemas gerados através das heurísticas <i>Relax-and-Fix</i> (RF) e <i>Fix-and-Optimize</i> (FO) . . . . .	82
TABELA 19 – Geração de Instâncias de 5 itens . . . . .	89
TABELA 20 – Geração de Instâncias de 10 itens . . . . .	90
TABELA 21 – Geração de Instâncias de 15 itens . . . . .	91
TABELA 22 – Geração de Instâncias de 20 itens . . . . .	92
TABELA 23 – Razão de desempenho em relação ao valor da função objetivo obtido para as estratégias <i>relax-and-fix</i> . . . . .	95
TABELA 24 – Logaritmo da razão de desempenho referente ao tempo para a resolução das heurísticas <i>relax-and-fix</i> $[\log_2(r_{ps})]$ . . . . .	97
TABELA 25 – Logaritmo da razão de desempenho referente ao GAP para a resolução das heurísticas <i>relax-and-fix</i> $[\log_2(r_{ps})]$ . . . . .	99
TABELA 26 – Comparativo de desempenho das estratégias <i>relax-and-fix</i> . . . . .	101

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CLSP	<i>Capacitated Lot Sizing Problem</i> (Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado)
CSLP	<i>Continuous Setup Lot Sizing Problem</i> (Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Contínuo)
DLSP	<i>Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem</i> (Problema Discreto de Dimensionamento e Programação de Lotes)
GLSP	<i>General Lot Sizing and Scheduling Problem</i> (Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado)
GLSPPL	<i>General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines</i> (Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado para linhas de Produção Paralelas)
MIP	<i>Mixed Integer Problem</i> (Problema Inteiro Misto)
PCP	Planejamento e Controle da Produção
PLSP	<i>Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem</i> (Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Compartilhado)
PTH	<i>Pin Through Hole</i> (Inserção de Pino em Orifício)
RIN	<i>Relaxation Induced Neighborhoods</i> (Relaxação Induzida de Vizinhança)
SMD	<i>Surface Mounting Devices</i> (Dispositivos de Montagem em Superfície)
SMT	<i>Surface Mounting Technology</i> (Tecnologia de Montagem em Superfície)
ULSP	<i>Uncapacitated Lot Sizing Problem</i> (Problema de Dimensionamento de Lotes Não Capacitado)

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivo Geral	16
1.1.2	Objetivos Específicos	16
1.2	JUSTIFICATIVA	16
1.3	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	17
1.4	LIMITAÇÕES DO TRABALHO	17
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>19</b>
2.1	PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO	19
2.2	PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES	21
2.2.1	Características de Sistemas de Produção na Classificação de Problemas de Dimensionamento de Lotes	21
2.2.2	Problema de Dimensionamento de Lotes Não Capacitado ( <i>Uncapacitated Lot Sizing Problem - ULSP</i> )	23
2.2.3	Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado ( <i>Capacitated Lot-Sizing Problem - CLSP</i> )	25
2.2.4	Problema Discreto de Dimensionamento e Programação de Lotes ( <i>Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem - DLSP</i> )	26
2.2.5	Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Contínuo ( <i>Continuous Setup Lot Sizing Problem - CSLP</i> )	27
2.2.6	Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Proporcional ( <i>Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem - PLSP</i> )	28
2.2.7	Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado ( <i>General Lot Sizing and Scheduling Problem - GLSP</i> )	29
2.2.8	Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento na Programação da Produção em Máquinas Paralelas ( <i>General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines - GLSPPL</i> )	32
2.2.8.1	Características do Modelo GLSPPL	32
<b>3</b>	<b>PROBLEMA DE ESTUDO</b>	<b>41</b>
3.1	PROCESSO DE FABRICAÇÃO DE INVERSORES	43
3.2	DESCRIÇÃO DE UM AMBIENTE DE PRODUÇÃO	45
<b>4</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO</b>	<b>47</b>

4.1	MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO	47
4.2	VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	54
4.2.1	Cenário 1	57
4.2.1.1	Resultados Obtidos do Cenário 1	59
4.2.2	Cenário 2	65
4.2.2.1	Resultados Obtidos do Cenário 2	66
<b>5</b>	<b>DEFINIÇÃO DAS HEURÍSTICAS</b>	<b>73</b>
5.1	A HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i>	73
5.1.1	Primeira heurística do tipo <i>relax-and-fix</i> - Partição por períodos (RF-P)	74
5.1.2	Segunda heurística do tipo <i>relax-and-fix</i> - Partição por máquinas (RF-M)	75
5.1.3	Terceira heurística do tipo <i>relax-and-fix</i> - Partição por itens (RF-I)	76
5.2	A HEURÍSTICA <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	79
<b>6</b>	<b>EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS UTILIZANDO AS HEURÍSTICAS</b>	<b>81</b>
6.1	GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE TESTE	81
6.2	RESULTADOS DAS INSTÂNCIAS DE TESTE UTILIZANDO AS HEURÍSTICAS <i>RELAX-AND-FIX</i> E <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	82
6.2.1	Resultados do Cenário P1	83
6.2.2	Resultados do Cenário P2	83
6.2.3	Resultados do Cenário P3	85
6.2.4	Resultados do Cenário P4	87
6.3	RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA AS INSTÂNCIAS DE TESTE UTILIZANDO A HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i>	88
6.3.1	Instâncias de 5 itens	89
6.3.2	Instâncias de 10 itens	90
6.3.3	Instâncias de 15 itens	91
6.3.4	Instâncias de 20 itens	92
6.4	AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS DAS INSTÂNCIAS DE TESTE UTILIZANDO A HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i>	93
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS</b>	<b>102</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>104</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Em uma indústria, o PCP (Planejamento e Controle da Produção) tem por finalidade coordenar e administrar os recursos que estão disponíveis e são utilizados durante o processo de produção, tendo como principal objetivo a execução da maneira mais eficiente e eficaz possível do que foi estabelecido para os níveis hierárquicos: estratégico, tático e operacional. O nível estratégico envolve as decisões de longo prazo, definindo os objetivos mais gerais da empresa, sendo as decisões deste nível as que envolvem altos investimentos. O nível tático abrange as decisões de médio prazo e está vinculado com a utilização efetiva de recursos existentes, com o objetivo de cumprir as metas determinadas no planejamento estratégico, definindo como irá acontecer a produção, por exemplo: quais produtos serão produzidos em um determinado período (dimensionamento de lotes). O nível operacional está relacionado ao dia-a-dia da produção (curto prazo), cujo objetivo é definir as prioridades do nível tático, por exemplo, quais as ordens de produção dos itens e quais as máquinas que serão utilizadas (programação da produção), entre outros.

Os problemas integrados de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção são comumente encontrados em processos industriais e estes envolvem enormes desafios, pois cada indústria possui suas peculiaridades (sazonalidade de demanda e insumos, produtos que disputam recursos em comum, etc). Exemplos de trabalhos na literatura que abordam o problema de forma integrada aplicado a alguns setores industriais são: fundições ([ARAUJO; ARENALES; CLARK, 2007](#)), suplementos para nutrição animal ([TOSO; MORABITO; CLARK, 2009](#)), produção de papéis ([SANTOS; ALMADA-LOBO, 2012](#)), refrigerantes ([FERREIRA et al., 2012](#)), ([TOLEDO et al., 2012](#))), entre outros.

Neste contexto, realizar o planejamento do sequenciamento de tarefas implica em melhorar o controle do fluxo da cadeia produtiva. Esse planejamento de tarefas deve ser feito de modo a permitir que a empresa consiga cumprir os prazos de entrega que foram acordados, sob o risco de perder clientes em caso de descumprimento. Além disso, deseja-se programar as atividades de tal maneira a utilizar os recursos disponíveis de uma forma mais eficiente possível. Os benefícios de um bom planejamento são o argumento da produtividade organizacional, redução dos custos de produção, agilidade no processo de tomada de decisão e aumento da eficiência organizacional. O problema de realizar sequenciamento de tarefas está presente em diversas áreas, como na indústria, na manufatura, no gerenciamento de processos de um computador, dentre outras, segundo [Rego \(2013\)](#).

O presente trabalho busca contribuir com a pesquisa de problemas que envolvem produção, estoque intermediário e teste de funcionalidade para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com máquinas em paralelo composto por um estágio voltado à fabricação dos itens e outro ao teste de funcionamento dos itens fabricados no estágio anterior,



onde entre esses estágios há possibilidade de se manter um estoque intermediário de itens, o qual possui limitação de capacidade e custos de armazenamento. É importante fazer um sincronismo na linha de produção durante o planejamento de produção, para evitar excessos de estoques e paradas de máquinas, reduzindo assim custos desnecessários. Quanto ao teste de funcionamento dos itens que são enviados a ambientes próprios, é importante utilizá-los ao máximo possível, pois espaços ociosos também acabam gerando custos. Os estágios de produção e teste de funcionalidade normalmente são tratados de forma isolada conforme será visto no capítulo da Revisão da Literatura.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral apresentar um novo modelo matemático de dimensionamento e sequenciamento de lotes num ambiente produtivo com máquinas distintas em paralelo em um setor de uma indústria que sincronize dois estágios do planejamento operacional, a saber: produção e teste de funcionalidade, com estoque intermediário a ser controlado.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos desse trabalho são:

- a) Realizar uma pesquisa sobre os modelos matemáticos de dimensionamento e sequenciamento de lotes;
- b) Apresentar um novo modelo matemático de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas distintas, com ênfase no controle de estoques intermediários com restrições de sincronismo entre itens produzidos e teste de funcionalidade;
- c) Propor uma metodologia de resolução;
- d) Mostrar as vantagens e limitações do modelo proposto, com a realização de testes para a validação da metodologia proposta.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Diante de um mercado globalizado e de estruturas organizacionais cada vez mais complexas, o processo de tomada de decisão de uma empresa necessita, cada vez mais, ser rápido e eficiente a fim de promover uma boa posição estratégica, visando produzir ao máximo e reduzindo seus custos. Portanto, modelos matemáticos são importantes para auxiliar a gestão de uma empresa.

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático para a otimização de um processo de produção em uma indústria de inversores desde a sua fabricação até o seu teste de

funcionalidade. Devido suas características gerais, o modelo pode ser aplicado em outros ambientes industriais semelhantes, situação onde testes de funcionalidade são necessários para finalizar o item e enviá-lo para o mercado, como por exemplo, o processo de montagem de um notebook ou um computador, de um refrigerador, entre outros.

### 1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

O presente trabalho apresenta as seguintes contribuições:

- a) Um modelo matemático de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas em paralelo baseado nos estudos da literatura, porém, considerando a produção do item, os estoques intermediários e o teste de funcionalidade de uma forma integrada;
- b) Este trabalho está voltado ao controle de fluxo produtivo baseado no controle de estoques intermediários durante o horizonte de planejamento e na utilização racional dos espaços para os testes;
- c) Espera-se que este trabalho possa contribuir com a investigação dos problemas de programação da produção sob uma visão prática e com a proposta de uma abordagem eficiente.

### 1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Uma limitação do modelo matemático apresentado nesse trabalho é que para o teste de funcionalidade foi considerado um tempo limitado igual independente do tipo de inversor.

Outra limitação refere-se aos dados que não foram disponibilizados pela empresa, pois a mesma somente forneceu os limitantes inferiores e superiores para a realização dos testes, o que não permite a comparação com os resultados da empresa.

### 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em 8 capítulos, incluindo-se esta introdução.

No capítulo 2 são apresentadas algumas referências de trabalhos sobre os problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes, como também trabalhos correlatos ao tema desta tese.

No capítulo 3 é definido o problema em estudo e o processo de fabricação de inversores, apresentando a situação problema que motivou esse trabalho.

No capítulo 4 é apresentado o modelo matemático para a abordagem do problema com dois estágios, baseado no processo de fabricação de inversores e o teste de funcionalidade do modelo proposto.

O capítulo 5 apresenta a definição das heurísticas utilizadas nos experimentos computacionais.

O capítulo 6 apresenta os experimentos computacionais utilizando as heurísticas propostas.

No capítulo 7 são descritas as considerações finais e sugestões para futuros trabalhos.

E, no capítulo 8 são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas nessa pesquisa.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo são apresentados os modelos de programação matemática clássicos assim como os métodos de resolução com a finalidade de apoiar decisões de planejamento e controle da produção (PCP).

Para [Pedroso e Corrêa \(1996\)](#), no atual ambiente competitivo industrial, observa-se um aumento da concorrência entre as empresas e indústrias, coloca-se o sistema de planejamento, programação e controle da produção como uma área de decisão prioritária para as organizações.

Os primeiros estudos, de maior relevância, feitos acerca de problemas de PCP são da década de 50 e, desde então, as abordagens se aproximam cada vez mais de aplicações industriais, aumentando assim a complexidade dos problemas. Nessa época os estudos eram feitos com problemas relativamente simples, o que possibilitou o desenvolvimento de algoritmos capazes de fornecer uma solução ótima. Com o passar do tempo as abordagens foram se tornando mais sofisticadas e na década de 70 muitos problemas foram provados ser NP-difíceis. Após os anos 80, os estudos tomaram duas direções, de um lado abordagens utilizando algoritmos aproximados e do outro, estudos de métodos heurísticos ([LEUNG, 2004](#)).

Segundo [Toso, Morabito e Clark \(2008\)](#), dentre os objetivos específicos das atividades de PCP em sistemas de manufatura incluem-se: identificar o quanto produzir de cada produto (dimensionamento de lotes); definir as quantidades a produzir de cada produto por um processo ou por diversos processos alternativos (seleção de processos); determinar os níveis de produção para cada estação de trabalho (balanceamento de linha), e programar as operações produtivas (*scheduling*).

A proposta desta tese se concentra na produção, no controle de estoques intermediários e testes de funcionalidade do item. Estes testes utilizam uma boa parte do tempo para a produção, por isso, a necessidade de controlá-lo.

### 2.1 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

A programação da produção é utilizada por diferentes tipos de empresas, e tem como objetivo transformar as entradas em saídas desejadas. Estas entradas podem ser produtos finalizados em outro sistema e ainda não acabados, matéria prima, entre outros, conforme citado por [Chase, Aquilano e Jacobs \(2006\)](#).

Segundo [Weiss e Pinedo \(1995\)](#) a programação (sequenciamento) de tarefas é um processo decisório utilizado no setor de fabricação de indústrias. Programação de tarefas envolve alocação de recursos com tempos determinados e tem como função otimizar um ou mais objetivos. Os recursos podem ser máquinas em um estágio, ou operações de tarefas em um

processo produtivo, sendo que cada um pode ter um determinado grau de prioridade visando sua data de entrega e os objetivos podem assumir diferentes formas: minimizar tempos de conclusão ou minimizar atrasos com relação as datas de entrega.

Nos problemas de programação de tarefas, especificam-se as tarefas e os objetivos da programação, classificados em função do fluxo das tarefas nas máquinas e nos estágios, conforme descreve [Maccarthy e Liu \(1993\)](#):

- *Job Shop* - cada tarefa tem sua própria ordem de processamento nas diferentes máquinas;
- *Flow Shop* - para todas as tarefas existe a mesma sequência de processamento em todas as máquinas;
- *Open Shop* - não há sequência específica nas máquinas para as tarefas que serão processadas;
- Máquina Única - existe somente uma máquina para as tarefas serem processadas;
- Máquinas Paralelas - mais de uma máquina, idênticas ou não, são disponibilizadas para as mesmas operações;
- *Job Shop* com Múltiplas Máquinas - *Job Shop* com um conjunto de máquinas paralelas em cada estágio de produção;
- *Flow Shop* com Múltiplas Máquinas - é um tipo de *Flow Shop* onde existe um conjunto de máquinas paralelas em cada estágio de produção;
- *Flow Shop* Flexível: é uma extensão do *flow shop* e de máquinas paralelas, caracterizado por estágios, cada estágio é composto de um conjunto de máquinas paralelas idênticas. Em um estágio, uma tarefa pode ser processada em qualquer máquina.

Nestes problemas também podem ser abordados diferentes medidas de desempenho, segundo que algumas das mais utilizadas, conforme citadas por [Souza \(2009\)](#) são:

- *Makespan* - tempo total da programação das tarefas, ou seja, instante de término de todas as tarefas programadas;
- *Mean flow time* - tempo médio de duração do fluxo;
- *Total flow time* - tempo total de duração do fluxo;
- *Mean tardiness* - atraso médio das tarefas;
- *Maximum tardiness* - máximo do atraso das tarefas programadas;
- Soma das penalidades de atraso (*tardiness*) e adiantamento (*earliness*).

A próxima seção define os problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes, assim como as suas características.

## 2.2 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES

O processo de dimensionar lotes de produção consiste em determinar quanto produzir de cada produto em cada período afim de atender uma demanda prevista sob as condições e capacidades operacionais existentes.

Sequenciar lotes de produção significa determinar em que ordem produzir esses lotes de forma a melhor aproveitar os recursos produtivos e atender aos prazos estabelecidos.

De acordo com [Weiss e Pinedo \(1995\)](#), os problemas de *scheduling* referem-se aos procedimentos de alocação, num determinado período de tempo, de recursos e equipamentos limitados para executar o processamento de tarefas. O *scheduling* possui três elementos fundamentais: a designação dos recursos que envolve a seleção de um conjunto de recursos para uma atividade conhecida; o sequenciamento de atividades, que define a ordem de execução das atividades designadas para os recursos; e a determinação dos tempos de início e término de cada atividade.

### 2.2.1 Características de Sistemas de Produção na Classificação de Problemas de Dimensionamento de Lotes

A complexidade dos problemas de dimensionamento de lotes dependem das características dadas no modelo. As características a seguir afetam a classificação, a modelagem e a complexidade das decisões no dimensionamento dos lotes, conforme citado por [Karimi, Ghomi e Wilson \(2003\)](#).

- **Horizonte de planejamento:** O horizonte de planejamento é o intervalo de tempo na qual a programação mestre de produção se estende para o futuro. O horizonte de planejamento pode ser finito ou infinito. O horizonte de planejamento finito é geralmente acompanhado por uma demanda dinâmica e o horizonte de planejamento infinito por uma demanda estacionária (estática). Além disso, o sistema pode ser observado de forma contínua ou em pontos de tempo discreto. Em termos de terminologia do período de tempo, problemas de dimensionamento de lotes se enquadram em duas categorias: problemas de grande balde (*large bucket*) ou problemas de pequeno balde (*small bucket*). Problemas de grande balde, são aqueles onde o período de tempo é suficientemente longo para produzir múltiplos itens (em casos de problema múltiplos-itens), enquanto para problemas de pequeno balde o período de tempo é tão curto que somente um produto pode ser produzido em cada período de tempo.

- **Número de níveis:** O sistema de produção pode ser de simples nível ou múltiplos-níveis. Nos sistemas de simples nível, é esperado que as matérias primas sejam transformadas diretamente em produtos finais, os quais possuem demanda independente. Em outras palavras, o item final é produzido diretamente a partir da matéria prima ou materiais adquiridos sem submontagens intermediárias. Demandas de produtos são estimadas diretamente das ordens dos clientes ou previsões de mercado. Este tipo de demanda, é conhecida como demanda independente. Em sistemas de produção de múltiplos-níveis, há uma relação parentesco entre os itens. As matérias-primas após serem processadas por várias operações mudam os produtos finais. A saída de uma operação (nível) é a entrada para outra operação. Portanto, a demanda em um nível depende da demanda de seus níveis parentescos. Este tipo de demanda é chamada de demanda dependente. Problemas de múltiplos-níveis são mais difíceis de resolver do que os problemas de níveis simples.
- **Número de produtos:** O número de itens finais ou produtos finais em um sistema de produção é outra característica importante que afeta a modelagem e a complexidade dos problemas de planejamento de produção. Há dois principais tipos de sistema de produção em termos do número de produtos. No planejamento de produção em item único há somente um item final (produto final) para o qual a atividade de planejamento tenha sido organizada, enquanto no planejamento de produção múltiplos-itens, estão vários itens finais.
- **Restrições de capacidade ou recursos:** Capacidades ou recursos em um sistema de produção inclui mão de obra, equipamentos, máquinas, orçamento, etc. Quando não há restrições de capacidade, o problema é chamado de incapacitado, e quando as restrições de capacidade são indicadas explicitamente, o problema é chamado de capacitado. A restrição de capacidade é importante e afeta diretamente a complexidade do problema. Resolução de problemas são mais difíceis quando existem restrições de capacidade.
- **Deterioração de itens:** No caso em que a deterioração de itens é possível, são necessárias restrições no tempo de retenção do item em estoque. Isto por sua vez é uma outra característica que afeta a complexidade do problema.
- **Demanda:** A demanda, ou seja, a quantidade dos itens a ser produzida em cada período para atender aos pedidos, é um dado de entrada do problema. A demanda pode ser classificada como demanda estática, que o seu valor não muda ao longo do tempo, ela é estacionária ou constante, enquanto a demanda dinâmica significa que o seu valor muda ao longo do tempo. Se o valor da demanda é conhecido antecipadamente (estático ou dinâmico), ele é denominado determinístico, mas se ele não é conhecido exatamente e o valor da demanda é baseado em alguma probabilidade, então é chamado de probabilístico. Em casos de demandas independentes, os requisitos de um item não dependem de

decisões sobre o tamanho do lote de outro item. Esse tipo de demanda pode ser vista em sistemas de produção de único nível. Em dimensionamento de lotes de múltiplos níveis, onde existe uma relação parentéscas entre os itens, a demanda de um nível depende da demanda de seus pais (nível permeável), neste caso ela é chamada de dependente.

- Estrutura de preparação de máquina para produção (*setup*): em estruturas simples de *setup*, os tempos e custos de preparação de máquina para um lote não dependem da sequência dos lotes ou das decisões que foram tomadas no lote anterior. Por sua vez, estruturas complexas de *setup*, caracterizam-se por apresentar tempos e custos dependentes da sequência dos lotes e das decisões anteriormente tomadas. Se o estado de preparação da máquina puder ser conservado de um período para outro, dizemos que existe *setup* ou preservação da preparação. Existem também casos em que há a necessidade de executar-se um *setup* na linha de produção para produção de uma família de produtos, pela similaridade de processos de fabricação ou de projetos de produto, além de *setups* menores na fabricação de cada item da família de produtos.
- Falta de estoque: quando a demanda não puder ser atendida no período estipulado, ocorre um *backorder*. Caso a demanda não puder ser atendida posteriormente, dizemos que houve venda perdida. Essas ocorrências são modeladas sob a forma de penalização na função objetivo.

A seguir, alguns modelos clássicos de dimensionamento e sequenciamento de lotes são apresentados, conforme apresentado em [Karimi, Ghomi e Wilson \(2003\)](#) e [Meyr e Mann \(2013\)](#).

### 2.2.2 Problema de Dimensionamento de Lotes Não Capacitado (*Uncapacitated Lot Sizing Problem - ULSP*)

O problema de dimensionamento de lotes não capacitado é a mais simples variação desta classe de problemas. Ele é caracterizado como simples nível, leva em conta custos de *setup* sem preservação da preparação, e o horizonte de planejamento finito dividido em vários períodos discretos. A demanda de cada produto ou item é conhecida em cada período, podendo variar ao longo do tempo, e os limites de capacidade não são considerados.

O ULSP multi-item pode ser representado matematicamente pelo modelo (2.1-2.5) de programação inteira mista:

Formulação matemática

Parâmetros:

$N$ : quantidade de itens;

$T$ : quantidade de períodos no horizonte de planejamento.



Índices:

$i$ : item ( $i = 1, \dots, N$ ).

$t$ : período de produção ( $t = 1, \dots, T$ );

Dados:

$h_{it}$ : custo de estocagem do item  $i$  no período  $t$ ;

$s_{it}$ : custo de *setup* do item  $i$  no período  $t$ ;

$c_{it}$ : custo unitário de produção do item  $i$  no período  $t$ ;

$d_{it}$ : demanda do item  $i$  no período  $t$ ;

$M_{it} = \sum_{k=t}^T d_{ik}$  : limitante superior do volume de produção do item  $i$  no período  $t$ .

Variáveis de Decisão:

$q_{it}$ : quantidade produzida do item  $i$  no período  $t$ .

$I_{it}$ : quantidade estocada do item  $i$  no final do período  $t$ ;

$y_{it}$ : variável binária que indica se houve *setup* para o item  $i$  no período  $t$  ( $y_{it} = 1$ ) ou não ( $y_{it} = 0$ );

$$\min z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (s_{it} \cdot y_{it} + c_{it} \cdot q_{it} + h_{it} \cdot I_{it}) \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$q_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

$$q_{it} \leq M_{it} \cdot y_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.4)$$

$$I_{it}, q_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

A função objetivo (2.1) minimiza os custos de *setup*, de produção e de estoque. Nas restrições (2.2) é representado o balanceamento de estoques de cada item  $i$  em cada período  $t$ . Em (2.3), um limitante superior do volume de produção para cada item é determinado pela demanda acumulada até o último período do horizonte de planejamento, caso *setup* do item  $i$  tenha ocorrido no período  $t$ . As restrições (2.4) e (2.5) definem o domínio das variáveis.

O ULSP é resolvido em tempo polinomial do número de períodos pelo algoritmo de Wagner e Whitin (1958). Heuvel e Wagelmans (2005) comparam métodos de solução para o

problema com horizonte rolante. [Yaman \(2009\)](#) considera a produção de dois itens, onde o item de maior qualidade pode substituir parte ou toda a demanda do item de menor qualidade. Outras aplicações com o modelo ULSP podem ser encontradas em [Aksen \(2007\)](#) e [Melo e Wolsey \(2010\)](#).

### 2.2.3 Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado (*Capacitated Lot-Sizing Problem - CLSP*)

O problema de dimensionamento de lotes capacitado é uma extensão do ULSP (2.1-2.5), com o acréscimo da restrição (2.6), onde vários itens competem pelo mesmo recurso.

Dados adicionais em relação ao modelo ULSP:

$R_t$ : capacidade (recurso) disponível da máquina no período  $t$ ;

$p_i$ : recurso necessário para produzir uma unidade do item  $i$ .

$$\sum_{i=1}^N p_i \cdot q_{it} \leq R_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.6)$$

O modelo CLSP é conhecido como *large bucket* por produzir vários itens em um mesmo período, onde cada período pode ser de uma semana e o horizonte de programação é usualmente de até seis meses. Como os itens competem pelo mesmo recurso, o modelo não pode ser decomposto em problemas menores, o que o faz da classe NP-difícil, conforme em [Bitran e Yanasse \(1982\)](#). Se os tempos de *setup* forem incorporados ao modelo, encontrar uma solução factível já é um problema NP-difícil, conforme cita [Maes, McClain e Wassenhove \(1991\)](#).

[Akbalik e Penz \(2009\)](#) resolveram, através de um algoritmo de programação dinâmica, um caso especial do CLSP, onde várias máquinas alternativas produzem um único item, e as máquinas tem capacidade de produção e custos diferentes. O objetivo do trabalho é encontrar um plano de produção sem atrasos de entregas, enquanto os custos de produção e de estoque são otimizados. Alguns exemplos da aplicação de métodos exatos podem ser encontrados nos trabalhos de [Waterer \(2007\)](#), [Mateus, Resende e Silva \(2010\)](#) e [Chang, Chyr e Yang \(2010\)](#).

[Araujo, Arenales e Clark \(2004\)](#) propõem um modelo de programação inteira mista e um método de solução baseado em busca local para o tratamento de um problema prático de dimensionamento e sequenciamento de lotes em uma fundição. Em [Berretta, França e Armentano \(2005\)](#) é proposto o uso de meta-heurísticas (Busca Tabu e *Simulated Annealing*) para resolver o problema de *lot sizing* capacitado multi-nível, com custos de *setup* e *lead time*. Outras aplicações de métodos heurísticos para problemas de lot sizing incluem os trabalhos de [Lambrecht e Vanderveken \(1979\)](#) e [Maes e Wassenhove \(1986\)](#).

#### 2.2.4 Problema Discreto de Dimensionamento e Programação de Lotes (*Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem - DLSP*)

É um problema que divide o horizonte de planejamento em *small buckets* e sua principal característica é a de que a produção é realizada na forma de "tudo ou nada", ou seja, somente um produto é produzido por período e utiliza toda a sua capacidade produtiva, segundo Schrage (1982).

Drexler e Haase (1995), apresentaram o modelo matemático do DLSP (2.7-2.13), por programação linear inteira mista, conforme a seguir:

##### Formulação matemática

Dados:

$h_{it}$ : custo de estocagem do item  $i$  por período  $t$ ;

$s_i$ : custo de *setup* do item  $i$ ;

$d_{it}$ : demanda do item  $i$  no período  $t$ ;

$R_t$ : capacidade (recurso) disponível de máquina no período  $t$ ;

$p_i$ : recurso necessário para produzir uma unidade do item  $i$ ;

$x_{i0}$ : indica se a linha está preparada para o item  $i$  no início do planejamento  $t$  ( $x_{i0} = 1$ ) ou não ( $x_{i0} = 0$ ).

Variáveis de decisão:

$q_{it}$ : quantidade produzida do item  $i$  no período  $t$ ;

$I_{it}$ : quantidade estocada do item  $i$  no final do período  $t$ ;

$y_{it}$ : variável binária que indica se houve *setup* para o item  $i$  no período  $t$  ( $y_{it} = 1$ ) ou não ( $y_{it} = 0$ );

$x_{it}$ : indica se a linha está preparada para o item  $i$  no início do período  $t$ , ( $x_{it} = 1$ ) ou não ( $x_{it} = 0$ );

$$\min z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (s_i \cdot y_{it} + h_{it} \cdot I_{it}) \quad (2.7)$$

sujeito a:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + q_{it} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.8)$$

$$p_i \cdot q_{it} = R_t \cdot x_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.9)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (2.10)$$

$$y_{it} \geq x_{it} - x_{i,t-1} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.11)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.12)$$

$$I_{it}, q_{it}, y_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.13)$$

A função objetivo (2.7) minimiza os custos de *setup* e de estoque. Nas restrições (2.8) é representado o balanceamento dos estoques para cada item  $i$  em cada período  $t$ . Nas restrições (2.9) é implementado o conceito de "tudo ou nada" em que, diferentemente do CLSP, o recurso necessário de produção de uma certa quantidade de um item num período, deve ser igual à capacidade de produção deste item para o período. As restrições (2.10) restringem a produção à no máximo um item por período. As restrições (2.11) identificam o início de um novo lote de um item diferente daquele do período anterior, onde  $y_{it} = 1$  representa a mudança de item e irá cobrar o *setup* para a produção deste. Observe que se  $x_{it} = 1$  e  $x_{i,t-1} = 0$  então  $y_{it} = 1$  e há produção do item  $i$  no período  $t$  indicando, portanto, que a linha estará preparada para a produção deste item no período  $t$ . As restrições (2.12) e (2.13) definem o domínio das variáveis. Observe que não é necessário definir as variáveis  $y_{it}$  como binárias devido a restrição (2.11).

Dentre algumas aplicações do DLSP estão as aplicações de Lasdon e Terjung (1971) na programação da produção de um fabricante de pneus. Fleischmann (1994) resolve o DLSP considerando o custo de preparação dependente da sequência. Supithak, Liman e Montes (2010) apresentam um algoritmo baseado no problema da designação para resolver problemas sem custo de *setup*, um algoritmo para resolução de instâncias pequenas, e um algoritmo genético para instâncias de grande porte.

#### 2.2.5 Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Contínuo (*Continuous Setup Lot Sizing Problem - CSLP*)

Os modelos CSLP descartam a produção "tudo-ou-nada", ou seja, os lotes podem ter tamanhos variados, entretanto, os demais pressupostos fundamentais são os mesmos dos DLSP. Nos casos em que os tamanhos de lote necessários para atendimento da demanda utilizem parcialmente a capacidade do período, o modelo CSLP é a melhor alternativa em relação ao modelo DLSP.

A restrição (2.9) do modelo DLSP, é substituída por :

$$p_i \cdot q_{it} \leq R_t \cdot x_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.14)$$

Portanto, o modelo CSLP também produz um único item por período, assim como no DLSP, podendo deixar a linha ociosa caso o lote seja menor que a capacidade no período. A única diferença entre os modelos DLSP e CSLP está na utilização da capacidade total (DLSP) e total ou parcial do (CSLP) no período.

Algumas aplicações do modelo CSLP são encontradas em [Hindi \(1995\)](#) e [Gupta e Magnusson \(2005\)](#). Abordam o planejamento e programação da produção na indústria de embalagens de polpa moldada, cujo processo de produção compreende diversas etapas que envolvem desde a produção da polpa até a obtenção das embalagens. A obtenção dos produtos depende da utilização de ferramentais utilizados na etapa de moldagem, que contêm moldes para a produção de embalagens em diferentes formatos. Estes ferramentais são chamados de "padrões de moldagem", os quais permitem a produção de um único produto, ou vários, de forma simultânea. Utilizam-se o CLSP para a representação do problema e determinação das principais decisões de planejamento: escolha dos padrões de moldagem a serem utilizados, tempo de produção de cada um deles em cada máquina, e a sequência em que devem ser programados. Os resultados da abordagem demonstram ser melhores ao serem comparados com o planejamento de uma fábrica representativa do setor.

#### 2.2.6 Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Proporcional (*Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem - PLSP*)

O modelo PLSP permite a utilização da capacidade dos recursos por mais de um item durante o mesmo período. Tem como principal objetivo permitir que um item  $j$  seja produzido em períodos em que a capacidade não tenha sido totalmente utilizada pelo item  $i$  ( $i \neq j$ ) que iniciou a produção. Isso faz com que a produção de  $j$  seja adiantada e evita ociosidade na linha de produção. A troca para  $j$  implica em custo de setup no período  $t$  em questão. Se  $i$  e  $j$  são produzidos em um único período, é especificada a ordem com que estes itens são processados, o que implica em decisões adicionais de programação (*scheduling*).

As restrições (2.9) do modelo DLSP são substituídas pelas restrições (2.15), que restringem a produção de um item em certo período somente quando a máquina estiver devidamente preparada, e permite que sejam produzidos no máximo dois diferentes itens num período, desde que um deles já esteja sendo produzido no período anterior, ou seja, já havia uma preparação para produzir o primeiro item. Como até dois itens podem ser produzidos em um mesmo período,  $x_{it} = 1$ , se refere ao item produzido até o final do período. As restrições (2.16) são introduzidas para restringir a soma dos recursos utilizados à capacidade máxima por

período.

$$p_i \cdot q_{it} \leq R_t \cdot (x_{i,t-1} - x_{it}) \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.15)$$

$$\sum_{i=1}^N p_i \cdot q_{it} \leq R_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.16)$$

Uma das aplicações do PLSP, foi apresentada por [Drexel e Haase \(1995\)](#), onde um método heurístico é abordado. A cada período é associado um custo de produção. Outras aplicações com meta-heurísticas são encontradas em [Kimms \(1996\)](#), [Kimms \(1999\)](#) e [Belvaux e Wolsey \(2001\)](#).

### 2.2.7 Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado (*General Lot Sizing and Scheduling Problem - GLSP*)

No modelo GLSP, cada período  $t$  é subdividido em subperíodos de tamanho variável, fixando-se um número máximo de lotes a serem produzidos por período ( $W_t$ ). Cada lote está associado a um subperíodo (ou posição) no período  $t$ . Os subperíodos são indexados cronologicamente e de maneira contínua ao longo do horizonte de planejamento.

O GLSP, segundo [Fleischmann e Meyr \(1997\)](#), é um modelo geral porque diversos modelos para dimensionamento e sequenciamento de lotes diferem dele apenas por restrições adicionais que modificam a estrutura e esforço computacional para obtenção das soluções.

Um modelo do GLSP através da programação linear inteira mista será apresentado em (2.17-2.25), conforme uma adaptação apresentada por [Drexel e Kimms \(1997\)](#):

#### Formulação matemática

Parâmetros:

$N$ : quantidade de itens;

$T$ : quantidade de períodos no horizonte de planejamento;

$W$ : quantidade de subperíodos no horizonte de planejamento.

Índices:

$i$ : item ( $i = 1, \dots, N$ );

$t$ : período de produção ( $t = 1, \dots, T$ );

$s$ : subperíodo ( $s = 1, \dots, W$ ).

Dados:

$cs_i$ : custo de *setup* do item  $i$ ;

$R_t$ : recurso (capacidade) disponível na máquina no período  $t$ ;

$p_i$ :recurso necessário para produzir uma unidade do item  $i$ ;

$W_t$ :número máximo de subperíodos no período  $t$ ;

$F_t$ :primeiro subperíodo do período  $t, F_t = 1 + \sum_{\tau=1}^{t-1} W_\tau$ ;

$L_t$ :último subperíodo no período  $t, L_t = F_t + W_t - 1$ .

Variáveis de decisão:

$q_{is}$ :quantidade produzida do item  $i$  no subperíodo  $s$ ;

$I_{it}$ :quantidade estocada do item  $i$  no final do período  $t$ ;

$y_{is}$ :variável binária que indica se ocorreu *setup* para o item  $i$  no subperíodo  $s$  ( $y_{is} = 1$ ) ou não ( $y_{is} = 0$ );

$x_{is}$ :variável binária que indica se a linha está preparada para produzir o item  $i$  no subperíodo  $s$  ( $x_{is} = 1$ ) ou não ( $x_{is} = 0$ ).

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^W cs_i \cdot y_{is} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_i \cdot I_{it} \quad (2.17)$$

sujeito a:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \sum_{s=F_t}^{L_t} q_{is} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.18)$$

$$p_i \cdot q_{is} \leq R_t \cdot x_{is} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad s = F_t, \dots, L_t \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{s=F_t}^{L_t} p_i \cdot q_{is} \leq R_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{is} \leq 1 \quad s = 1, \dots, W \quad (2.21)$$

$$y_{is} \geq x_{is} - x_{i,s-1} \quad i = 1, \dots, N \quad s = 1, \dots, W \quad (2.22)$$

$$x_{is} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad s = 1, \dots, W \quad (2.23)$$

$$I_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.24)$$

$$y_{is}, q_{is} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad s = 1, \dots, W \quad (2.25)$$

A função objetivo (2.17) minimiza os custos totais de *setup* e de estoque. Observa-se que as restrições são idênticas aos dos modelos DLSP e PLSP, exceto ao uso de subperíodos  $s$ . As variáveis  $y_{is}$  não precisam ser declaradas como binárias em (2.25), uma vez que o domínio já é garantido em (2.22) e pelo fato de que a função objetivo é de minimizar.

Haase e Kimms (2000) denominam o GLSP com os tempos e custos de *setup* dependentes de LSPSD (*Lot-Sizing and Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Costs and Times*) e propõem uma formulação inteira mista para o problema baseada na escolha para cada período de "sequências eficientes" pré-determinadas, ao contrário da abordagem tradicional que estuda o sequenciamento de lotes dentro de cada período. O problema é assim resolvido com o uso de um algoritmo de enumeração do tipo Branch-and-Bound para problemas que variam de 3 itens e 15 períodos a 10 itens e 3 períodos.

Gupta e Magnusson (2005) propõem o uso de uma heurística para resolver o GLSP com tempos e custos dependentes de *setup* em uma fábrica de lixas e abrasivos. Essa heurística gera uma solução inicial assumindo que os *setup carry-over* (quando o estado de preparação da máquina puder ser conservado de um período para o outro) são utilizados em todos os períodos, ou seja, o primeiro lote de um período é o mesmo do último lote do período anterior. Dentro de cada período, a sequência é formada de forma gulosa, em ordem crescente de custos de *setup*. Finalmente, um passo de melhoria é realizado começando-se no último período, buscando folgas de capacidade produtiva nos períodos anteriores e verificando se a antecipação de produção gera soluções melhores.

Toso e Morabito (2005) abordam o GLSP numa fábrica de ração animal. Nesse caso em particular, as preparações de máquina entre alguns tipos de produto consomem tempo disponível, mas não incorrem em custos variáveis diretos. Assim é proposta uma formulação inteira mista cuja função objetivo busca minimizar custos de armazenagem e de horas extras, que podem ser empregadas para aumentar a capacidade produtiva nos períodos.

Recentemente alguns trabalhos utilizaram com sucesso a heurística *relax-and-fix* para tratar de problemas práticos baseados no GLSP com *setups* dependentes ((ARAUJO; ARENALES; CLARK, 2008),(FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009),(TOSO; MORABITO; CLARK, 2008),(TOSO; MORABITO; CLARK, 2009),(FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2010)). Na heurística *relax-and-fix*, um modelo matemático inteiro misto tem suas variáveis inteiras e binárias particionadas em subconjuntos disjuntos ordenados em grau de importância. Cada subconjunto tem um grupo de variáveis reduzido o suficiente para ser resolvido rapidamente de maneira exata. Resolve-se então uma sequência de problemas parcialmente relaxados, fixando-se os valores das variáveis dos subproblemas resolvidos conforme se avança na série.

Araujo, Arenales e Clark (2008) adaptam o GLSP tradicional incluindo a possibilidade de atrasos de entrega de produto (*backorder*) em sistemas de produção de pequenas siderúrgicas.

Ferreira, Morabito e Rangel (2010) adaptam o modelo GLSP para o problema de



fabricação de refrigerantes em plantas de pequeno porte, no qual uma linha de produção é composta de dois estágios principais: a preparação do líquido e o engarrafamento. Esse problema foi modelado pelos autores como um problema com máquina e estágio únicos, considerando que o engarrafamento é geralmente o gargalo produtivo. Propostas de *relax-and-fix* foram elaboradas utilizando diferentes variáveis de decisão combinadas com alterações nos parâmetros do *software* de otimização CPLEX. Experimentos realizados em instâncias reais mostraram que a heurística de melhor desempenho associava a técnica *relax-and-fix* sobre as variáveis de decisão de estado de preparação de máquina e existência de *setup* com a ativação das heurísticas RIN (*Relaxation Induced Neighborhoods*) e a desativação das rotinas de *cutting plane* e *pressolve* do CPLEX. Essa heurística apresenta uma técnica de melhoria na qual os valores das variáveis somente eram fixadas se houvesse produção associada e a cada iteração era possível reavaliar a ociosidade dos subperíodos anteriores. No entanto, essa técnica de melhoria não obteve bons resultados em sistemas com dois estágios e máquinas em paralelo (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009).

## 2.2.8 Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento na Programação da Produção em Máquinas Paralelas (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines - GLSPPL*)

É um modelo análogo ao GLSP, onde os produtos são produzidos em um sistema de máquinas em paralelo e uma das decisões envolvidas é a alocação dos lotes de produção nas máquinas.

### 2.2.8.1 Características do Modelo GLSPPL

A seguir são listadas algumas características referente ao modelo GLSPPL, citado por Meyr (2002):

- $N$  tipos de produtos são produzidos num ambiente de produção composto de  $M$  máquinas distintas num horizonte de  $T$  intervalos de tempo;
- Em um intervalo de tempo  $t$ , pode ser produzido mais de um tipo de produto em cada máquina, desde que essa utilização não ultrapasse a capacidade de produção disponível  $CP_{lt}$ , correspondente ao tempo disponível na máquina  $l$  no período  $t$ ;
- As máquinas são distintas entre si, ou seja, tem taxas de produção e níveis de eficiência diferentes umas das outras;
- Os custos de produção  $cp_{il}$  para produzir o produto  $i$  na máquina  $l$  podem ser diferentes dependendo da máquina utilizada;
- Nem todos os produtos podem ser fabricados em todas as máquinas;

- Entre a produção de lotes de tipos de produtos diferentes, existe a necessidade de um tempo para preparação da máquina  $l$  e para ajustes de parâmetros, que geralmente incorrem em perda de material. Esses tempos de *setup*  $st_{ijl}$ , e consequentemente, seus respectivos custos  $cs_{ijl}$ , são dependentes da sequência das tarefas a serem executadas;
- Não se permite que as tarefas sejam interrompidas durante sua execução;
- A demanda  $d_{it}$  de cada tipo de produto  $i$  em cada período  $t$  é determinística e dinâmica, ou seja, é conhecida e varia ao longo do tempo;
- Permite-se que existam atrasos de entrega (*backorders*). No entanto, cada unidade do produto  $i$  com entrega atrasada sofre uma penalização  $g_i$  em cada período  $t$  de demanda não atendida;
- Os produtos assim que fabricados são transferidos para um centro de distribuição, com capacidade de armazenagem  $CA$ ;
- Para cada unidade de produto  $i$  armazenada nesse centro de distribuição, incorre-se a cada período  $t$  em um custo de manutenção de estoque  $h_i$ , correspondente ao custo de capital imobilizado.

Além de definir as quantidades a serem produzidas de cada produto e a sua sequência de produção, deve-se escolher em qual máquina será fabricado cada lote, de modo a minimizar os custos variáveis de armazenagem, de *setup*, de *backorder* e de produção.

A formulação a seguir foi adaptada do modelo de programação inteira mista (MIP) de [Meyr \(2002\)](#), adicionando-se a permissão de atrasos de entrega e a restrição de armazenagem.

Nesse modelo:

- O horizonte de planejamento é dividido simultaneamente em  $T$  períodos e  $W$  subperíodos, sendo que a cada período  $t$  é constituído de subperíodos  $s$ ;
- Os períodos possuem duração fixa pré-determinada enquanto que cada subperíodo não necessariamente precisa ter a mesma duração;
- Em cada subperíodo permite-se a produção de apenas um tipo de produto, identificando um lote de produção;
- A divisão em subperíodos permite identificar as sequência de tarefas na máquina, assim como associar os respectivos custos e tempos de *setup* dependentes.

#### Formulação matemática

Parâmetros:

$N$ : quantidade de itens;

$M$ : quantidade de máquinas;

$T$ : quantidade de períodos no horizonte de planejamento;

$W$ : quantidade de subperíodos no horizonte de planejamento.

Índices:

$i$ : item ( $i = 1, \dots, N$ );

$l$ : máquina ( $l = 1, \dots, M$ );

$t$ : período de produção ( $t = 1, \dots, T$ );

$s$ : subperíodo ( $s = 1, \dots, W$ ).

Dados:

$S_{lt}$  : conjunto de subperíodos contidos no período  $t$  na máquina  $l$ ;

$SP_l$  : conjunto de produtos que podem ser produzidos na máquina  $l$ ;

$d_{it}$ : demanda do produto  $i$  no período  $t$ ;

$CA$ : capacidade de armazenagem;

$CP_{lt}$  : capacidade de produção disponível na máquina  $l$  no período  $t$ ;

$cs_{ijl}$ : custo de *setup* para produzir o produto  $j$  imediatamente após o produto  $i$  na máquina  $l$ ;

$cp_{il}$ : custo de produção para produzir o produto  $i$  na máquina  $l$ ;

$h_i$ : custo de manutenção de uma unidade do produto  $i$  em estoque por período;

$g_i$ : custo de atraso de entrega de uma unidade do produto  $i$  por período;

$p_{il}$ : tempo consumido para produção de uma unidade do produto  $i$  na máquina  $l$ ;

$lm_{il}$ : lote mínimo do produto  $i$  produzido na máquina  $l$ ;

$st_{ijl}$ : tempo de *setup* para a produção do produto  $j$  imediatamente após o produto  $i$  na máquina  $l$ ;

$I_{i0}^+$ : quantidade de produto  $i$  em estoque no início do horizonte de planejamento;

$I_{i0}^-$ : quantidade de produto  $i$  com demanda não atendida no início do horizonte de planejamento;

$x_{il0}$ : 1, se a máquina  $l$  está preparada para produzir o produto  $i$  no início do horizonte de planejamento; 0, caso contrário.

Variáveis de Decisão:

$q_{ils}$ : quantidade do produto  $i$  produzido na máquina  $l$  no subperíodo  $s$ ;

$I_{it}^+$ : quantidade do produto  $i$  em estoque no final do período  $t$ ;

$I_{it}^-$ : quantidade do produto  $i$  com demanda não atendida no final do período  $t$ ;

$x_{ils}$ : igual a 1, se a máquina  $l$  está preparada para produzir o produto  $i$  no subperíodo  $s$ ; e 0, caso contrário;

$y_{ijls}$ : igual a 1, se há *setup* do produto  $i$  para o produto  $j$  na máquina  $l$  no subperíodo  $s$ ; e 0, caso contrário.

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_i \cdot I_{it}^+ + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T g_i \cdot I_{it}^- + \sum_{l=1}^M \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} \sum_{s=1}^W c_{sijl} \cdot y_{ijls} + \sum_{l=1}^M \sum_{i \in SP_l} \sum_{s=1}^W c_{pil} \cdot q_{ils} \quad (2.26)$$

sujeito a:

$$I_{i,t-1}^+ - I_{i,t-1}^- + \sum_{l=1}^M \sum_{s \in S_{lt}} q_{ils} - I_{i,t}^+ + I_{i,t}^- = d_{it} \quad i \in SP_l \quad t = 1, \dots, T \quad (2.27)$$

$$\sum_{i=1}^N I_{it}^+ \leq CA \quad t = 0, \dots, T \quad (2.28)$$

$$\sum_{i \in SP_l} \sum_{s \in S_{lt}} p_{il} \cdot q_{ils} + \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} \sum_{s \in S_{lt}} st_{ijl} \cdot y_{ijls} \leq CP_{lt} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad (2.29)$$

$$p_{il} \cdot q_{ils} \leq CP_{lt} \cdot x_{ils} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad s \in S_{lt} \quad (2.30)$$

$$q_{ils} \geq lm_{il} \cdot (x_{ils} - x_{il,s-1}) \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad i \in SP_l \quad (2.31)$$

$$\sum_{i \in SP_l} x_{ils} = 1 \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad (2.32)$$

$$y_{ijls} \geq (x_{il,s-1} + x_{jls} - 1) \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad i, j \in SP_l \quad (2.33)$$

$$x_{il0} = 0 \quad l = 1, \dots, M \quad i \in SP_l \quad (2.34)$$

$$x_{ils} \in \{0, 1\} \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad i \in SP_l \quad (2.35)$$

$$q_{ils}, I_{it}, y_{ijls} \geq 0 \quad t = 1, \dots, T \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad i, j \in SP_l \quad (2.36)$$

A função objetivo (2.26) é a minimização dos custos variáveis com armazenagem, *backordering*, *setups* e de produção. A restrição (2.27) realiza o balanço de estoques e *backorders*, relacionando quantidades em estoque, *backorders*, produtos produzidos e demanda. A restrição (2.28) garante que a quantidade total de produtos em estoque não ultrapasse a capacidade de armazenagem disponível no centro de distribuição. A restrição (2.29) garante que a quantidade de horas consumidas na produção, adicionada da quantidade de horas necessárias para preparação da máquina, deve ser menor ou igual à capacidade disponível em cada máquina em cada período de tempo. A restrição (2.30) indica que somente haverá produção do produto  $i$  no subperíodo  $s$  se a máquina  $l$  estiver preparada para o produto ( $x_{ils} = 1$ ). A restrição (2.31) impõe uma condição de lote mínimo de produção para cada tipo de produto, que somente é ativada quando ocorre *setup* da máquina para este novo produto. Em relação a esta restrição observe os seguintes casos na Tabela 1:

TABELA 1 – Casos da restrição (2.31)

Casos	$x_{ils}$	$x_{il,s-1}$	$y_{ijls}$	$q_{ils}$
1	1	1	0	$q_{ils} \geq 0$
2	1	0	1	$q_{ils} \geq lm_{il}$
3	0	1	0	$q_{ils} \geq -lm_{il} \rightarrow q_{ils} \geq 0$
4	0	0	0	$q_{ils} \geq 0$

Associando as informações da Tabela 1 com a restrição (2.30), que permite que ocorra a produção de um produto somente quando a máquina está preparada para o mesmo, os valores  $q_{ils}$  dos casos 3 e 4 restringem-se, tornando-se nulos, conforme a Tabela 2:

TABELA 2 – Relações entre as restrições (2.30) e (2.31)

Casos	$x_{ils}$	$x_{il,s-1}$	$q_{ils}$
1'	1	1	$q_{ils} \geq 0$
2'	1	0	$q_{ils} \geq lm_{il}$
3'	0	1	$q_{ils} = 0$
4'	0	0	$q_{ils} = 0$

De acordo com a Tabela 2, pode-se notar que ocorre a imposição de produção de uma quantidade mínima  $lm_{il}$  apenas quando há preparação da máquina de um subperíodo  $s - 1$  para um produto diferente no próximo subperíodo  $s$  (caso 2').

A restrição (2.32) determina que a máquina esteja preparada para produzir somente um produto em cada máquina em cada subperíodo  $s$  e a máquina pode ficar preparada e não ocorrer produção. A restrição (2.33) indica se houve mudança de produção do produto  $i$  para o produto  $j$  na máquina  $l$  entre os subperíodos. A variável  $y_{ijls}$  só assume valores 0 ou 1, mesmo

sem indicar que ela é binária, conforme observa-se na Tabela 3, associado ao fato de que ela tem custo:

TABELA 3 – Casos da restrição (2.33)

$x_{il,s-1}$	$x_{jls}$	$x_{il,s-1} + x_{jls} - 1$	$y_{ijls}$
0	0	-1	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	1	1

A restrição (2.34) indica que as máquinas não estão preparadas para nenhum produto no início do horizonte de planejamento. A restrição (2.35) indica que a variável  $x_{ils}$  é binária. E, a restrição (2.36) define o domínio das variáveis  $q_{ils}, I_{it}$  e  $y_{ijls}$ .

Kang, Malik e Thomas (1999) trataram o GLSPPL considerando como função objetivo a minimização dos custos de *setup* e de estoque descontando-se o faturamento com as vendas. A demanda deve ser completamente satisfeita, mas as vendas podem exceder a demanda prevista e mesmo que os *setups* dependentes geram custos significativos, porém os tempos foram negligenciados.

Clark e Clark (2000) estudaram o GLSPPL cuja função objetivo minimiza custos de armazenagem e de *backordering*. Sua formulação matemática baseia-se numa premissa de que o número máximo de *setups* por período é pré-determinado. Foi utilizada uma heurística de horizonte rolante, que tratava exatamente um subproblema composto pelos períodos mais próximos, enquanto que o subproblema composto pelos períodos mais distantes era tratado relaxando-se a integralidade de suas variáveis. Uma heurística do tipo *relax-and-fix* é também utilizada nas variáveis que indicam as ocorrências de *setup*. Porém os resultados computacionais mostraram que somente problemas de pequeno porte puderam ser resolvidos em tempos razoáveis.

Meyr (2002) adaptou a metodologia utilizada por ele mesmo em 2000, para abordar GLSPPL com máquinas distintas, visando minimizar os custos de produção, estoque e *setup* dependente sem permitir atrasos de entrega (*backorders*). O problema é resolvido através de meta-heurísticas *Threshold Accepting* (TA) e *Simulated Annealing* (SA), que buscam padrões de *setup* (alocações dos lotes nas máquinas e seus respectivos sequenciamentos) de boa qualidade, e por um algoritmo de resolução de fluxo em rede que determina o tamanho dos lotes. Os testes foram realizados em instâncias reais de pequeno porte (19 produtos, 2 máquinas e 8 períodos) com máquinas idênticas (o que elimina a necessidade de custo diferenciado de produção na função objetivo).

Dastidar e Nagi (2005) trataram o GLSPPL com máquinas distintas minimizando custos de estoque, *backordering* e *setup*. Uma fábrica de produtos injetáveis para tratamento médico foi utilizado como estudo de caso, na qual existe uma restrição de quantidade limitada

de recursos produtivos, como misturadores, trituradores e secadores, que são instalados nas máquinas para executar determinadas tarefas.

Beraldi et al. (2008) desenvolveram heurísticas de horizonte rolante e *relax-and-fix* para resolver o GLSPPL com *setup* dependente num ambiente de máquinas idênticas em paralelo, encontrado na indústria têxtil e de fibra de vidro. Esse trabalho introduz uma formulação compacta para o caso de máquinas idênticas, considerando apenas os custos de *setup*, porém desprezando os tempos de *setup*.

Józefowska e Zimniak (2008) desenvolveram um sistema de apoio à decisão aplicada em uma empresa polonesa fabricante de tubos plásticos, cujo ambiente produtivo é composto por máquinas em paralelo. Esse sistema é baseado numa abordagem multi-objetivo que compreende entre seus critérios a maximização da utilização de máquina e a minimização do desvio entre o programa de produção pelo S&OP (*Sales and Operation Plan*), da perda de lucro dadas pelas faltas de produtos permitidas pelo modelo, do tempo total de *setup* e da quantidade de produtos abaixo do nível de estoque de segurança desejado.

Ferreira, Morabito e Rangel (2009) abordaram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com tempos e custos de *setup* dependentes em uma fábrica de refrigerantes, cujo sistema produtivo é composto de 2 estágios (preparação do refrigerante e engarrafamento) que devem ser sincronizados em linhas de produção em paralelo. Com o objetivo de minimizar os custos de estoque, de *backordering* e *setup*, foram desenvolvidos duas abordagens de resolução do problema que utilizavam 15 diferentes estratégias de *relax-and-fix* baseadas em conjugações de relaxação de variáveis de períodos, máquinas e estágios de produção. A primeira era baseada na aplicação das estratégias de *relax-and-fix* na formulação matemática do GLSPPL adaptada para sistemas com dois estágios (P2SMM) enquanto que a segunda utilizava uma relaxação da formulação P2SMM, considerando que o estágio de preparação do líquido não representa um gargalo para o processo e pode ser posteriormente programado.

Ferreira et al. (2012) propõem diferentes formulações alternativas P2SMM. As variáveis associadas ao tanque são omitidas porque o máximo dos tempos de instalação do tanque e a linha de enchimento realiza a sincronização. Desta forma é assegurado que o tanque esteja sempre pronto quando o enchimento começa. Os testes numéricos são realizados com o P2SMM original como referência.

Camargo, Toledo e Almada-Lobo (2012) formulam um modelo para o seguinte problema de planejamento: Produtos múltiplos são produzidos em máquinas paralelas, não-idênticas. Estas máquinas são alimentadas por uma única máquina, que produz diferentes pré-produtos. Cada produto final requer exatamente um pré-produto. No entanto, um pré-produto pode ser utilizado para produzir vários produtos finais pertencentes à mesma família de produtos. Em cada microperíodo, apenas um único pré-produto pode ser processado. Todas as máquinas são alimentadas com este pré-produto. Isso significa que é possível produzir produtos finais

diferentes em diferentes máquinas em um microperíodo, se todos os produtos finais exigem o mesmo pré-produto. A formulação do modelo é comparada com uma formulação CLSD e uma formulação contínua em testes numéricos usando CPLEX.

Meyr e Mann (2013) apresentam uma nova solução heurística para o GLSPPL, que aborda o problema de simultaneamente decidir sobre os tamanhos e horários de lotes de produção em linhas de produção paralelas heterogêneas com relação à capacidade escassa, a tempos de preparação dependentes da sequência e à demanda determinística e dinâmica de vários produtos. Seu objetivo é minimizar os custos de manutenção de estoque, de instalação e de produção dependente da sequência. A nova heurística iterativa decompõe o problema multilinha em uma série de problemas de uma única linha, que são mais fáceis de resolver.

Camargo, Toledo e Almada-Lobo (2014) adaptam o modelo para uso na produção de fios. Na primeira fase de produção, diferentes tipos de fibras são misturados numa única máquina. Na segunda fase, diferentes tipos de fios são processados utilizando as fibras a partir da primeira fase. Ao contrário de Camargo, Toledo e Almada-Lobo (2012), os custos de manutenção apenas são considerados indiretamente através da utilização de custos de produção que variam em função do tempo.

Toledo et al. (2015) trabalharam com heurísticas para resolver um problema de dimensionamento de lotes multinível. Usaram a heurística *relax-and-fix* para construir uma solução inicial, e em seguida utilizam a heurística *fix-and-optimize* para melhorar essa solução, sendo que propõem diferentes tipos de partições para a geração dos subproblemas. Resolvem um modelo CLSP multinível e um problema de dois estágios em um caso de uma indústria de vidros.

Furlan et al. (2015) abordam o problema de dimensionamento e agendamento das fábricas de celulose e papel envolvendo várias máquinas de papel. O processo subjacente de produção integrada em vários estágios considera as seguintes unidades críticas: digestor contínuo, estoques intermediários de celulose e licor, máquinas de papel múltiplas e uma linha de recuperação para tratar subprodutos. Este trabalho apresenta um modelo de programação inteira mista (MIP) para representar o problema, bem como uma abordagem de solução baseada em um algoritmo genético personalizado (GA) com um modelo de programação linear residual incorporado. Algumas ferramentas GA são exploradas, um novo processo de diversificação e outros recursos. Em particular, o processo de diversificação utiliza uma nova medida de frequência de alelos para alterar entre procedimentos de diversificação e intensificação. Os resultados computacionais mostram a eficácia do método para resolver casos do problema de máquina de papel único quando comparado com outros métodos de solução de máquina de papel único encontrados na literatura.

Basso e Varas (2016) abordam o problema da programação para engarrafamento numa indústria de vinho, que aparece em uma grande variedade de indústrias, mas particularmente em empresas de alimentos embalados. Foi aplicado um Algoritmo Genético para encontrar um



programa de engarrafamento viável em um tempo computacional reduzido.

Copil et al. (2017) apresentam uma visão estruturada sobre a literatura de problemas simultâneos de dimensionamento de lotes e sequenciamento. Mostram uma classificação do desenvolvimento histórico da investigação nesta área afim de identificar as pesquisas recentes. Isso ajuda a revelar oportunidades de pesquisa, mas também pode ser útil na seleção de modelos apropriados para aplicações industriais.

Nesta revisão bibliográfica foram identificadas várias aplicações do modelo GLSPPL, no entanto, não se encontraram aplicações que sincronizam a produção e o teste de funcionalidade. Este teste pode ser visto como um estágio da linha de produção. Portanto, o diferencial deste trabalho foi apresentar um modelo matemático, de modo que o modelo no horizonte do planejamento leve em consideração os estoques intermediários durante o fluxo produtivo e o teste de funcionalidade dos itens. A proposta detalhada será apresentada no Capítulo 3.

### 3 PROBLEMA DE ESTUDO

Esta pesquisa foi inspirada em um setor de uma empresa multinacional no Sul do Brasil, fabricante de produtos eletro-eletrônicos, especificamente no processo de fabricação de inversores de frequência. Apesar da particularização do problema, ele é muito comum em outras empresas, devido ser um funcionamento que consiste em produção, fluxo de estoque e teste de funcionalidade. Sendo assim, provavelmente apenas pequenas adaptações no modelo serão necessárias caso se deseje usá-lo em outra aplicação similar. Para explicar o problema em estudo, o ambiente de produção da empresa foi dividido em cinco blocos:

- Bloco 1: Neste bloco são definidas as quantidades a serem produzidas de cada item em um próximo período. Essas quantidades são definidas levando-se em consideração a previsão de vendas para os próximos períodos, os pedidos dos clientes e a manutenção de um estoque de segurança;
- Bloco 2: Neste bloco são alocados componentes de modo automatizado nos cartões de circuito impresso;
- Bloco 3: Este bloco recebe os cartões vindos do Bloco 2. Nesse momento, são inseridos componentes maiores de forma manual. Logo após, os cartões recebem um banho de verniz impermeabilizante de modo a proteger os componentes contra a oxidação dos terminais;
- Bloco 4: Neste bloco os postos de trabalho estão distribuídos em bancadas paralelas, onde recebem os cartões já concluídos do Bloco 3 necessários para a produção de um item. Em cada bancada há funcionários capacitados para a produção de um determinado rol de itens;
- Bloco 5: Nesta última etapa da produção, existe o Teste de Funcionalidade, onde cada item é conectado em *slots* para verificar se seus componentes estão funcionando. Em seguida, já é realizado o Teste de Carga, onde itens são submetidos ao funcionamento que tem a duração de no máximo 1 hora. Neste bloco pode ocorrer problemas de filas de itens a serem testados, bem como Células de Teste (fornos) funcionando com alguns dos postos de testes vazios, já que permitem alocar diversos itens do mesmo tipo ou diferentes ao mesmo tempo.

A Figura 3.1 mostra esse processo de funcionamento do Ambiente de Produção aqui considerado.

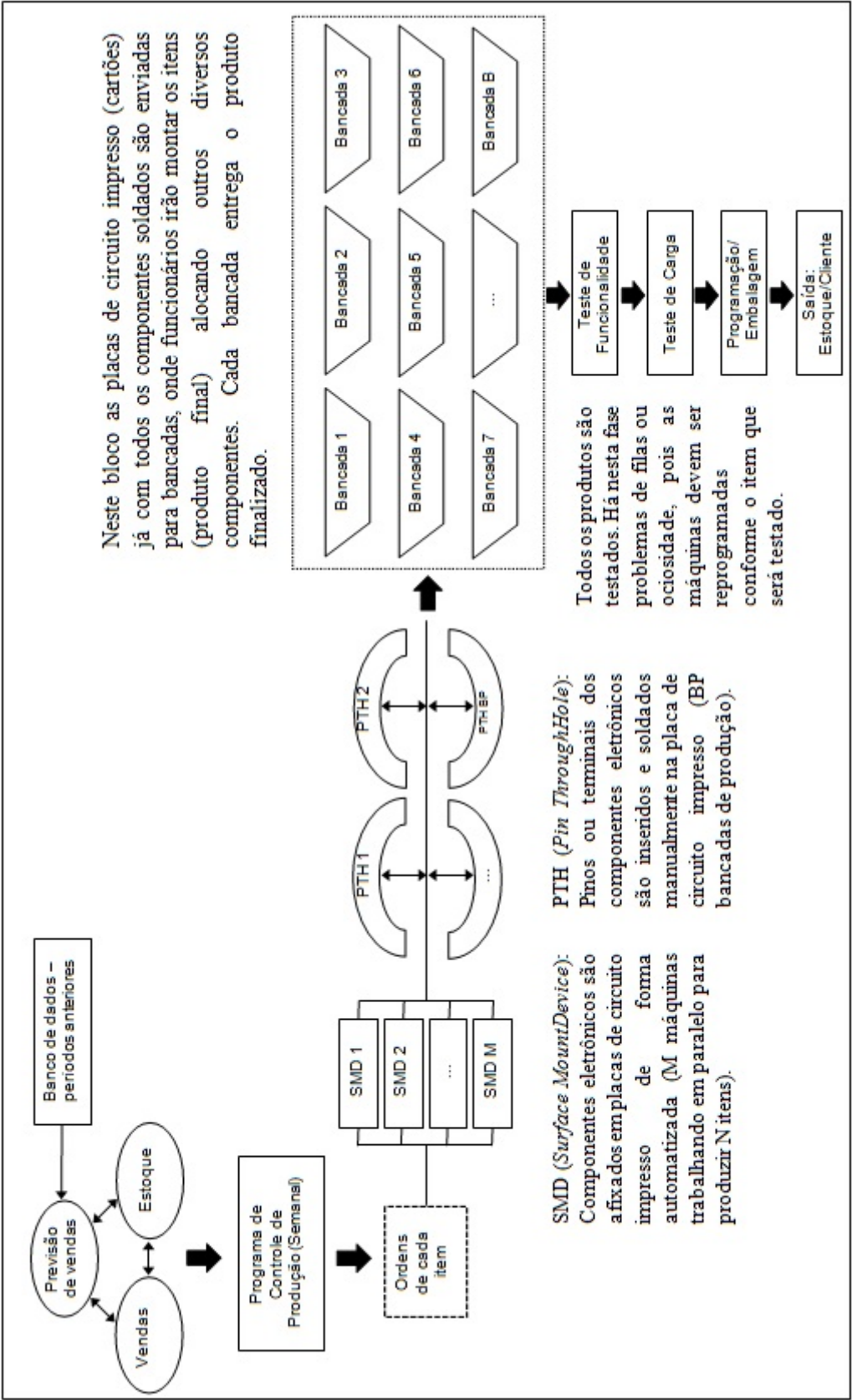


FIGURA 3.1 – Descrição do Ambiente de Produção  
Fonte: O Autor (2016)

Na próxima seção será detalhado o funcionamento do processo de produção desses inversores de frequência.

### 3.1 PROCESSO DE FABRICAÇÃO DE INVERSORES

Os inversores de frequência possuem tecnologias avançadas e modernas para controlar a velocidade de motores elétricos. Pode ser empregado para controlar motores de diferentes fins em bombas, ventiladores, exaustores, esteiras de rolagem, elevadores, máquinas industriais, linhas de montagem e muito mais.

Com diferentes especificações para aplicações distintas, os inversores de frequência ajudam a economizar tempo e mão de obra, através da implantação desse sistema. Com produtos mais compactos para pequenos espaços e equipamentos maiores para instalações de grande porte, pode-se escolher o aparelho que mais se encaixa dependendo da sua necessidade. Os inversores de frequência podem contar com dois diferentes tipos de controle, o escalar e o vetorial.

O inversor escalar conta com um desempenho mais limitado e geralmente é empregado em tarefas mais simples, como controle de partida e parada e manutenção de velocidade com uma regulação constante, já o inversor vetorial é preparado para operações mais complexas com desempenho superior ao inversor escalar. Também existem equipamento com os dois tipos de controle em um só produto.

A Figura 3.2 mostra alguns tipos de inversores de frequência produzidos na empresa.



FIGURA 3.2 – Tipos de Inversores

Fonte: <http://www.sercosautomacao.com.br> (acesso em 18/05/2016)

O processo de fabricação dos inversores de frequência abordados nessa pesquisa ocorrem em bancadas onde há funcionários capacitados para a produção de um determinado rol de tipo de inversor. A Figura 3.3 ilustra esta linha de montagem.

Após a montagem dos inversores, os mesmo são enviados para um novo estágio, denominado de teste de funcionalidade, onde os inversores são submetidos a teste de carga para garantir o seu desempenho.



FIGURA 3.3 – Montagem de Inversores

Fonte: <http://szalpha.com.br/profile/factory-tour.html/156755> (acesso em 18/05/2016)

A Figura 3.4 mostra o ambiente de teste de funcionalidade.

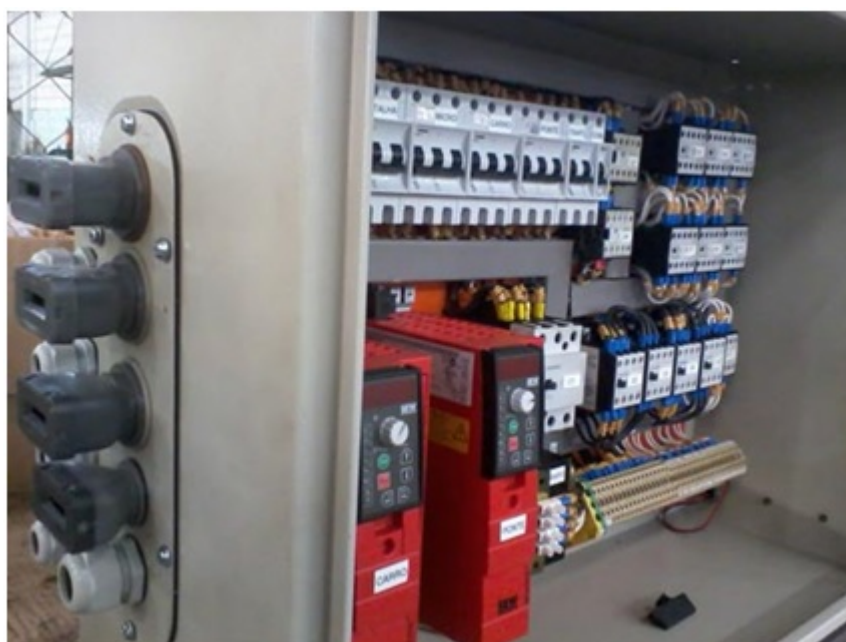


FIGURA 3.4 – Teste de Funcionalidade dos Inversores

Fonte: <http://www.mecatronicaatual.com.br/1003-inversores-de-freqncia> (acesso em 18/05/2016)

O processo de fabricação dos inversores de frequência mostra um ambiente complexo, onde a linha de montagem, representado pelo estágio de produção pode envolver diversas bancadas trabalhando de modo paralelo. Para cumprir as demandas é preciso gerenciar todo esse processo de forma que não forme filas para o teste de funcionalidade, ou seja, deve haver um sincronismo entre a produção, o estoque intermediário e o teste de funcionalidade.

Na próxima seção é descrito um caso real para o sincronismo entre estes estágios.

### 3.2 DESCRIÇÃO DE UM AMBIENTE DE PRODUÇÃO

Em um sistema produtivo, devem ser produzidos vários tipos de itens em um conjunto de máquinas num dado horizonte de planejamento. Em um intervalo de tempo, pode ser produzido mais de um tipo de item, desde que esta utilização não ultrapasse a capacidade de produção disponível. Porém alguns itens não podem ser fabricados ao mesmo tempo, pois concorrem pela utilização do mesmo recurso produtivo. Entre a produção de lotes de tipos de itens diferentes em uma dada máquina, existe a necessidade de um tempo de preparação da mesma. Esses tempos de preparação, também chamados de tempos de *setup*, e consequentemente seus respectivos custos, são normalmente dependentes da sequência dos lotes a serem executados, pois a complexidade da preparação depende da similaridade do item a ser fabricado e do seu antecessor na máquina. Em sistemas produtivos compostos por máquinas distintas em paralelo, existe a possibilidade dos itens serem fabricados em várias máquinas. Nesses sistemas, a escolha da máquina para produção deve levar em consideração que máquinas distintas podem apresentar diferentes taxas de produção e níveis de eficiência e assim incorrer em custos de produção diferentes.

No problema que será abordado, após produzidos os itens nas  $M$  máquinas paralelas, esses são enviados a um setor de teste de funcionamento, denominado “Células de Teste”, as quais são espécies de fornos que operam a uma temperatura elevada de modo a simular o funcionamento do produto em condições extremas, e que contam com conectores (*slots*) apropriados ao tipo de item que deve ser testado. Cada forno é ajustável a um grupo de itens.

Um dos problemas encontrados, além do sequenciamento e programação da produção nas  $M$  máquinas paralelas, é o fato de tentar se trabalhar com as células teste (fornos) de forma que suas capacidades não sejam subutilizadas. Uma vez que uma célula de teste que tem capacidade para um número fixo de itens, começa a operar de forma a não estar completamente ocupada, o processo não pode ser interrompido por um tempo pré-determinado. A espera por novos itens até a completa lotação do forno, implica no processo de resfriamento/aquecimento ou da manutenção da célula de teste aquecida durante um tempo, o que gera custos. Devido ao tempo para aquecimento da célula, é mais viável manter a célula sempre aquecida durante o horizonte de planejamento e desligá-la após não haver mais demanda.

Se não houver controle no processo de fabricação, pode-se incorrer tanto na falta de itens para completar espaços ociosos nas células de teste, bem como na produção demasiada de um determinado tipo de item em um mesmo período, o que gera estoque intermediário de itens não testados e consequentemente custos com estocagem e com acúmulo de itens gerando filas.

Um dos objetivos para qual o modelo matemático será formulado é o de estabelecer um controle dos estoques intermediários evitando filas em determinadas células e falta de itens em outras, e ainda limitar a quantidade de itens em estoque intermediário.

A Figura 3.5 dá uma ideia geral deste ambiente de produção.

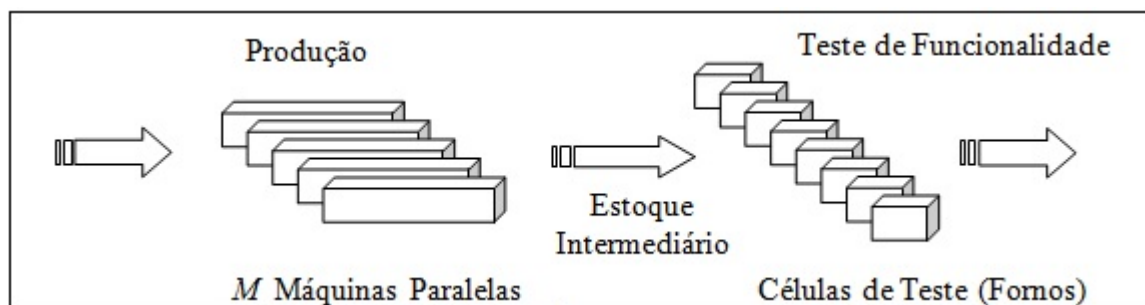


FIGURA 3.5 – Representação do Ambiente de Produção  
Fonte: O Autor (2016)

Observa-se que nem sempre é possível ou viável produzir uma quantidade que possa suprir a capacidade da célula de teste num tempo pré-determinado. Devido à busca pela minimização de custos, torna-se necessário sempre que possível, utilizar ao máximo a capacidade das células teste buscando atender às demandas previstas para o horizonte de planejamento. Este ambiente de produção é complexo, pois para atender as demandas previstas, com o menor custo possível, é preciso saber o quanto produzir, em qual momento e sequência, controlar os estoques intermediários evitando filas para o teste de funcionalidade e ao mesmo tempo não deixando os fornos ociosos.

Com o objetivo de auxiliar o planejamento e o controle de produção, foi proposto um modelo matemático no Capítulo 4 inspirado no setor dessa indústria de inversores de frequência. Porém nada impede que esse mesmo modelo possa ser aplicado em outros setores dessa mesma indústria ou setores industriais semelhantes.



## 4 MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático proposto incluindo uma aplicação em um problema de pequeno porte.

### 4.1 MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O modelo proposto para o problema em estudo foi adaptado do modelo de programação inteira mista (MIP) de [Meyr \(2002\)](#) e [Kawamura e Ronconi \(2009\)](#). No modelo proposto por esses autores, o horizonte de planejamento é dividido simultaneamente em  $T$  períodos e  $W$  subperíodos, sendo que a cada período  $t$  é constituído de subperíodos  $s$ . Em cada subperíodo permite-se a produção de apenas um tipo de item, e a quantidade produzida numa sequência de subperíodos identifica o tamanho do lote a ser produzido. A divisão em subperíodos permite identificar a sequência de tarefas na máquina, assim como associar os respectivos custos e tempos de *setup* dependentes ([KAWAMURA; RONCONI, 2009](#)).

Para otimizar o fluxo dos itens nas  $M$  máquinas paralelas, neste trabalho estão sendo propostas novas restrições para minimizar o estoque intermediário entre a saída das máquinas paralelas e a entrada nas células teste (fornos), e maximizar a carga de cada célula teste de forma a manter um fluxo balanceado. Este planejamento é sincronizado para um período de produção curto, ou seja, de uma dia a uma semana, pois os testes realizados na célula teste (fornos) são de curta duração. Supõe-se que o atendimento da demanda dos itens ocorre no final do horizonte de planejamento. Os itens enviados para a carga de teste no período  $t$ , somente são retirados do estoque do período  $t - 1$ , ou seja, os itens para serem enviados para a carga de teste devem ser do estoque intermediário do período anterior. Um item pode ser produzido em qualquer máquina num mesmo período. No modelo apresentado a seguir, algumas simplificações e considerações são feitas:

- a) O teste de carga para qualquer item tem a duração máxima de um período;
- b) A célula de teste (forno) pode ser ligado ou não em cada período, pois depende da quantidade de itens disponíveis;
- c) Os fornos tem restrição de teste quanto ao tipo de item em função do seu tamanho e do tipo de *slot* disponível;
- d) Os ambientes de testes costumam ter prateleiras, então considera-se a área total como sendo a soma das áreas de todas as prateleiras disponíveis;
- e) A ocupação do item no forno será medida em função da sua área projetada. Neste caso supõe-se que a altura do item é compatível com a altura da prateleira dos fornos teste;



- f) As decisões de produção e o envio dos itens para os fornos são tomadas no início de cada período  $t$ ;
- g) Os itens enviados para os fornos no período  $t$  são obtidos do estoque no início do período;
- h) A avaliação do estoque intermediário em cada período (estoque de itens não testados) é realizada no final do mesmo;
- i) A avaliação da quantidade de itens testados é feita no final do horizonte de planejamento.

A seguir são descritos os parâmetros, índices, dados e as variáveis de decisão que serão utilizados no modelo matemático.

Parâmetros:

$N$  : quantidade de itens;

$M$  : quantidade de máquinas;

$T$  : quantidade de períodos no horizonte de planejamento;

$W$  : quantidade de subperíodos no horizonte de planejamento;

$F$  : quantidade de células de teste (fornos).

Índices:

$i$  : item ( $i = 1, \dots, N$ );

$l$  : máquina ( $l = 1, \dots, M$ );

$t$  : período de produção ( $t = 1, \dots, T$ );

$s$  : subperíodo ( $s = 1, \dots, W$ );

$f$  : células de teste ou fornos ( $f = 1, \dots, F$ ).

Dados:

$D_i$  : demanda do item  $i$  no final do horizonte de planejamento;

$lmin_{il}$  : lote mínimo do item  $i$  que pode ser produzido na máquina  $l$ ;

$st_{ijl}$  : tempo de *setup* para a produção do item  $j$  imediatamente após o item  $i$  na máquina  $l$ ;

$CP_{lt}$  : capacidade de produção disponível da máquina  $l$  no período  $t$ ;

$p_{il}$  : tempo de produção de uma unidade do item  $i$  na máquina  $l$ ;

$cs_{ijl}$  : custo de *setup* para produzir o item  $j$  imediatamente após o item  $i$  na máquina  $l$ ;

$cp_{il}$  : custo de produção do item  $i$  na máquina  $l$ ;

$h_i$  : custo de manutenção de uma unidade do item  $i$  não testado em estoque intermediário por período;

$cfixo_f$  : custo fixo da utilização do forno  $f$ ;

$cfope_r_f$  : custo de operação do forno  $f$  para a realização do teste de carga;

$SP_l$  : conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina  $l$ ;

$W_t$  : conjunto dos subperíodos contidos no período  $t$ ;

$CCT_f$  : ocupação máxima em área do forno  $f$ ;

$a_i$  : área ocupada pelo item  $i$  em qualquer forno;

$CAT$  : capacidade de armazenamento de itens testados para todo o horizonte de planejamento;

$CANT_t$  : capacidade de armazenamento de itens não testados para cada período  $t$ .

Variáveis de Decisão:

$q_{isl}$  : quantidade do item  $i$  produzido no subperíodo  $s$  na máquina  $l$ ;

$I_{it}$  : quantidade do item  $i$  não testado em estoque intermediário no final do período  $t$ ;

$qc_{it}$  : quantidade do item  $i$  do estoque intermediário que será enviado para teste no período  $t$ ;

$qc_{itf}$  : quantidade do item  $i$  que será enviado ao forno  $f$  no período  $t$ ;

$z_{ft}$  : igual a 1, se o forno  $f$  está sendo utilizado no período  $t$ ; e 0, caso contrário;

$w_{ft}$  : é igual a 1, se o forno foi preparado pela primeira vez com custo para o teste de carga; e 0, caso contrário;

$x_{isl}$  : igual a 1, se a máquina  $l$  está preparada para produzir o item  $i$  no subperíodo  $s$ ; e 0, caso contrário;

$y_{ijsl}$  : igual a 1, se há *setup* do item  $i$  para o item  $j$  na máquina  $l$  no subperíodo  $s$ ; e 0, caso contrário.

As condições iniciais são representadas por:

$I_{i0}$  : quantidade de item  $i$  não testado no estoque intermediário, no período inicial;

$x_{i0l}$  : tem valor 1, se a máquina  $l$  está preparada para produzir o item  $i$  na máquina  $l$  no início do horizonte de planejamento; 0, caso contrário.

Na Figura 4.1, tem-se uma representação de como foram considerados os períodos e subperíodos em todo o horizonte de planejamento, isto é, os subperíodos foram representados de uma forma sequencial ao longo do tempo.



FIGURA 4.1 – Representação dos períodos e subperíodos no Horizonte Planejamento  
Fonte:O Autor (2016)

A Figura 4.2, mostra como podem ser produzidos diversos itens em um determinado período de tempo em uma dada máquina. A capacidade disponível dessa máquina é consumida pelo tempo necessário para a produção de um lote e pelo respectivo tempo de preparação que depende do item que estava anteriormente sendo fabricado naquela máquina.

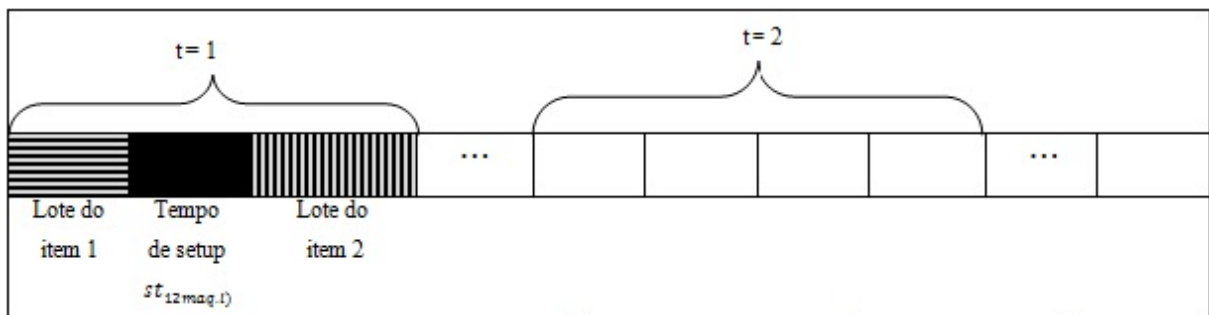


FIGURA 4.2 – Exemplo de uma sequência de produção em uma máquina  $l$   
Fonte:O Autor (2016)

A Figura 4.3, mostra uma representação gráfica de cada ambiente produtivo do problema a ser considerado cujas decisões são tomadas ao mesmo tempo e as respectivas restrições que serão apresentadas a seguir. A função objetivo foi parcelada em função das operações de cada etapa. Observa-se que o que é produzido durante o período  $t$  não pode ser enviado para os fornos neste mesmo período. A quantidade enviada  $qc_{it}$  deve vir do estoque intermediário não testado do período anterior  $I_{i,t-1}$ .

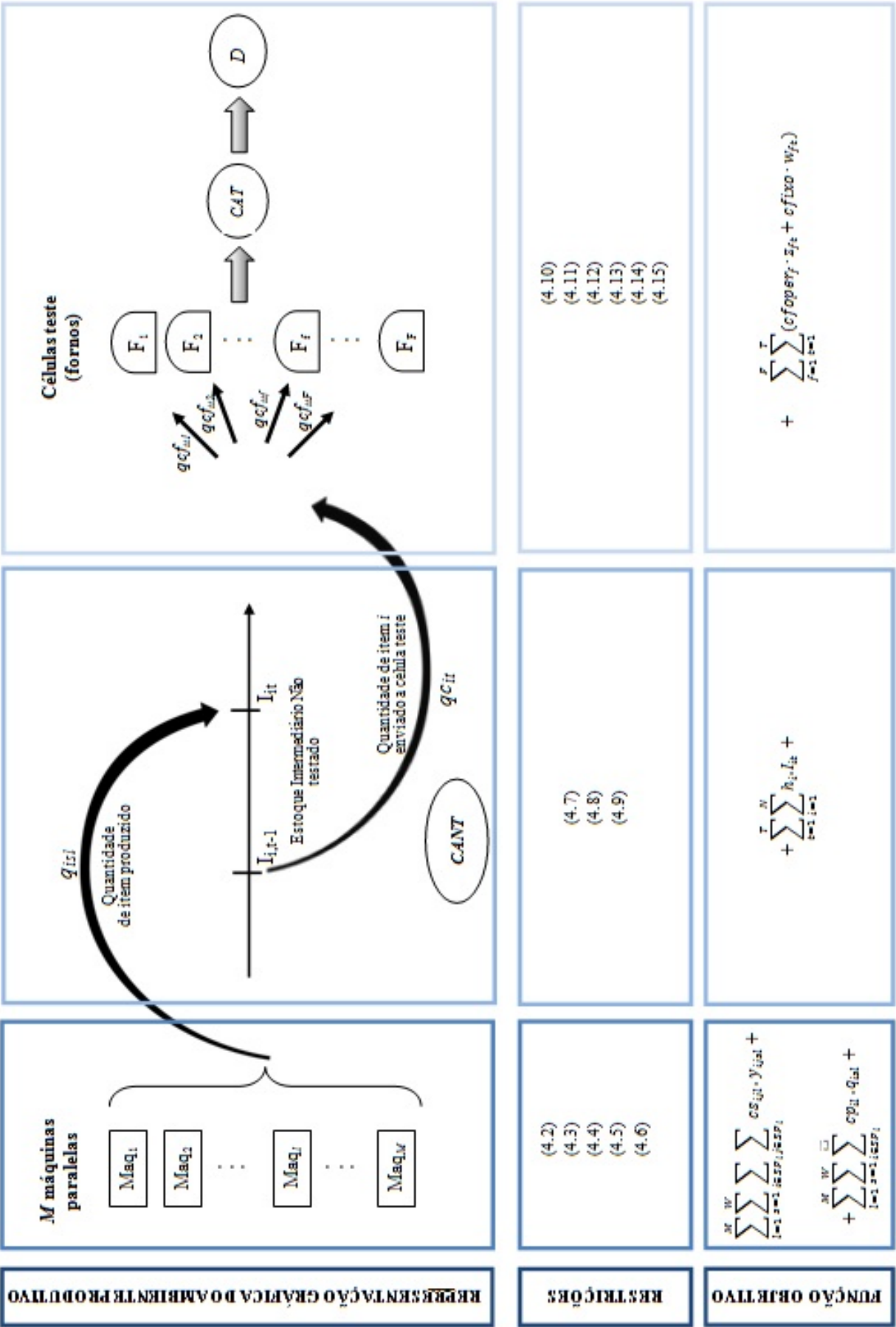


FIGURA 4.3 – Representação gráfica do Ambiente Produtivo do problema em um período  $t$   
Fonte: O Autor (2016)

Na formulação representada pelas equações (4.1) à (4.17) é apresentado o modelo matemático para o problema em estudo.

A função objetivo (4.1) representa a minimização dos custos variáveis com *setup*, produção, armazenagem, custos de operação e de utilização dos fornos.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{l=1}^M \sum_{s=1}^W \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} cs_{ijl} \cdot y_{ijsl} + \sum_{l=1}^M \sum_{s=1}^W \sum_{i \in SP_l} cp_{il} \cdot q_{isl} + \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i \cdot I_{it} + \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T (cfoper_f \cdot z_{ft} + cfixo \cdot w_{ft}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

O conjunto de restrições (4.2) garante que a quantidade de horas consumidas na produção, adicionada da quantidade de horas necessárias para preparação da máquina  $l$ , seja menor ou igual à capacidade disponível em cada máquina  $l$  em cada período de tempo  $t$ .

$$\sum_{s \in W_t} \sum_{i \in SP_l} p_{il} \cdot q_{isl} + \sum_{s \in W_t} \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} st_{ijl} \cdot y_{ijsl} \leq CP_{lt} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad (4.2)$$

O conjunto de restrições (4.3) indica que somente haverá produção do item  $i$  no subperíodo  $s$  se a máquina  $l$  estiver preparada para o item ( $x_{isl} = 1$ ).

$$p_{il} \cdot q_{isl} \leq CP_{lt} \cdot x_{isl} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad s \in W_t \quad (4.3)$$

O conjunto de restrições (4.4) impõe uma condição de lote mínimo de produção para cada tipo de item  $i$  em um subperíodo  $s$  e que somente é ativada, quando ocorre a preparação de máquina  $l$  para um novo item.

$$q_{isl} \geq lm_{il} \cdot (x_{isl} - x_{i,s-1,l}) \quad l = 1, \dots, M \quad i \in SP_l \quad s = 1, \dots, W \quad (4.4)$$

O conjunto de restrições (4.5) determina que a máquina esteja preparada para produzir somente um item por máquina em cada subperíodo  $s$ .

$$\sum_{i \in SP_l} x_{isl} = 1 \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad (4.5)$$

O conjunto de restrições (4.6) indica se houve mudança de produção do item  $i$  para o item  $j$  na máquina  $l$  entre os subperíodos.

$$y_{ijsl} \geq (x_{i,s-1,l} + x_{jsl} - 1) \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad i, j \in SP_l \quad (4.6)$$

O conjunto de restrições (4.7) realiza o balanço do estoque intermediário, relacionando quantidades produzidas, estoque intermediário de itens a serem testados com quantidades enviadas para células teste para cada item por período em todo o horizonte de planejamento.

$$I_{i,t-1} + \sum_{l=1}^M \sum_{s \in W_t} q_{isl} - I_{it} = qc_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (4.7)$$

O conjunto de restrições (4.8) indica que a quantidade de itens enviados para a célula de teste deve ser no máximo a quantidade do estoque intermediário do item no período anterior.

$$qc_{it} \leq I_{i,t-1} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4.8)$$

O conjunto de restrições (4.9) garante que a quantidade de itens não testados, que compõem o estoque intermediário, não exceda a capacidade de armazenamento no período  $t$  considerado.

$$\sum_{i=1}^N I_{it} \leq CANT_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.9)$$

O conjunto de restrições (4.10) determina que a quantidade do item  $i$  que será enviado para teste no período  $t$  seja igual ao distribuído a todos os fornos  $f$  no período  $t$ .

$$qc_{it} = \sum_{f=1}^F qc_{itf} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4.10)$$

O conjunto de restrições (4.11) indica que a área ocupada máxima de itens que serão enviados ao forno  $f$  no período  $t$  seja no máximo a área disponível do forno  $f$ , se ele estiver preparado.

$$\sum_{i=1}^N a_i \cdot qc_{itf} \leq CCT_f \cdot z_{ft} \quad t = 1, \dots, T \quad f = 1, \dots, F \quad (4.11)$$

O conjunto de restrições (4.12) indica se o forno foi preparado (*setup*) durante o período  $t$ .

$$w_{ft} \geq z_{ft} - z_{f,t-1} \quad f = 1, \dots, F \quad t = 1, \dots, T \quad (4.12)$$

O conjunto de restrições (4.13) garante que a quantidade de itens testados durante o horizonte de planejamento não ultrapasse a capacidade máxima de armazenamento de itens testados.

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N qc_{it} \leq CAT \quad (4.13)$$

O conjunto de restrições (4.14) determina que a quantidade total do item  $i$  enviada às células de teste em todos os períodos, deve ser pelo menos igual à demanda do item  $i$  estabelecida para o horizonte de planejamento.

$$\sum_{t=1}^T qc_{it} \geq D_i \quad i = 1, \dots, N \quad (4.14)$$

O conjunto de restrições (4.15) indica que as máquinas estão preparadas para qualquer item no início do horizonte  $T$ , pois esta preparação pode ser antes do período de planejamento. Esta condição inicial pode ser considerada porque a preparação da máquina  $l$  para qualquer item  $i$  pode ocorrer antes da execução da programação, assim não ocorrendo perda de tempo e custo deste *setup* inicial.

$$x_{i0l} = 1 \quad l = 1, \dots, M \quad i \in SP_l \quad (4.15)$$

O conjunto de restrições (4.16) indica que as variáveis  $x_{isl}, z_{ft}$  e  $w_{ft}$  são binárias.

$$x_{isl}, z_{ft}, w_{ft} \in \{0, 1\} \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad f = 1, \dots, F \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (4.16)$$

O conjunto de restrições (4.17) indica que as variáveis  $q_{isl}, qc_{it}, qc_{itf}$  e  $I_{it}$  são inteiras não negativas e que as variáveis  $y_{ijsl}$  são reais não negativas, pois pela formulação do modelo, não há necessidade de definir as variáveis  $y_{ijsl}$  como binárias, pois estas são obtidas da combinação de variáveis binárias por (4.6) e tem custo calculado na função objetivo (4.1).

$$q_{isl}, qc_{it}, qc_{itf}, I_{it} \in \mathbb{Z}^+, y_{ijsl} \geq 0 \quad l = 1, \dots, M \quad s = 1, \dots, W \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4.17)$$

Para validar o modelo proposto são apresentados experimentos computacionais através de 2 cenários, analisando assim a sua funcionalidade.

## 4.2 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Para efeito de funcionamento do modelo matemático proposto são apresentados dois cenários para um problema de pequeno porte. Nestes casos é possível aplicar uma metodologia exata. Já para problemas de grande porte, uma metodologia aproximada será proposta e apresentada no Capítulo 5.

No problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas distintas com as características específicas abordadas no problema e no modelo proposto, gerou-se 2 cenários com 5 itens. Para todos os cenários foram considerados 8 períodos divididos em

subperíodos. O número de subperíodos foi considerado igual ao número de itens para permitir que qualquer item possa ser produzido em qualquer um deles, já que em cada subperíodo pode ser produzido apenas um item. Em relação aos custos, a empresa apenas forneceu os valores limitantes. Foram produzidos cinco itens de diferentes dimensões, ou seja, o item 1 tem tamanho equivalente a uma área projetada de 5 centímetros por 5 centímetros, o item 2 tem dimensão de área de 5 cm por 10 centímetros, o item 3 tem dimensão de área de 10 centímetros por 10 centímetros, o item 4 tem dimensão de área de 10 centímetros por 20 centímetros e o item 5 tem dimensão de área de 20 centímetros por 30 centímetros. A Figura 4.4 mostra três desses tipo de itens.



FIGURA 4.4 – Exemplo de três itens produzidos  
Fonte: <http://ecatalog.weg.net/files> (acesso em 22/05/2016)

Na Tabela 4, são apresentados os parâmetros e dados utilizados na geração dos cenários.



TABELA 4 – Parâmetros e Dados utilizados na geração dos cenários

Parâmetros/Dados	Notação	Unidade de Medida	Valores
Quantidade de máquinas	$M$	Unidade	2
Quantidade de Células de teste (Fornos)	$F$	Unidade	2
Quantidade de itens	$N$	Unidade	5
Quantidade de períodos	$T$	Unidade	8
Demanda no horizonte de planejamento	$D_i$	Unidade	[1;250]
Tempo consumido para produção de uma unidade do item $i$ na máquina $l$	$p_{il}$	Unidade de Tempo (min.)	[1;2]
Tempo de <i>setup</i> para produção do item $j$ imediatamente após o item $i$ na máquina $l$	$st_{ijl}$	Unidade de Tempo (min.)	[1;3]
Capacidade de produção disponível na máquina $l$ no período $t$	$CP_{lt}$	Unidade de Tempo(min.)	60
Capacidade de armazenamento de itens testados para todo o horizonte de planejamento	$CAT$	Unidade	5.000
Capacidade de itens não testados para cada período $t$	$CANT_t$	Unidade	[100;300]
Lote mínimo do item $i$ produzido na máquina $l$	$lmin_{il}$	Unidade	1
Ocupação máxima do forno $f$	$CCT_f$	Unidade de Área( $cm^2$ )	[10.000;20.000]
Área ocupada pelo item $i$ em qualquer forno	$a_i$	Unidade de Área( $cm^2$ )	[25;600]
Custo de <i>setup</i> para produzir o item $j$ imediatamente após o item $i$ na máquina $l$	$cs_{ijl}$	Unidade monetária	[10;30]
Custo de produção para produzir o item $i$ na máquina $l$	$cp_{il}$	Unidade monetária	[10;20]
Custo de uma unidade do item $i$ em estoque intermediário por período	$h_i$	Unidade monetária	[1;3]
Custo de operação do forno $f$ para a realização do teste de carga	$cfo_{per f}$	Unidade monetária	[1.000;2.000]
Custo fixo da utilização do forno $f$ em qualquer período	$cfixo_f$	Unidade monetária	[10.000;20.000]

A Tabela 5, apresenta a quantidade de variáveis binárias, variáveis inteiras e restrições dos cenários gerados com 5 itens.

TABELA 5 – Dimensão dos cenários gerados

Variáveis Binárias	Variáveis Inteiras	Restrições
428	565	3.071

Nas próximas seções são apresentados os cenários para mostrar a validação do modelo proposto. Para o Cenário 1 foi utilizado uma demanda alta e para o Cenário 2 uma demanda baixa. A variação da demanda foi considerada para verificar se a utilização dos fornos se adequa à mudança destas quantidades.

#### 4.2.1 Cenário 1

Com objetivo de validar o modelo, foram gerados dados aleatórios que são apresentados nas Tabelas de 6 a 10. O horizonte de planejamento considerado foi de 1 dia, com 8 períodos de 1 hora.

Na Tabela 6 são apresentados os dados para a demanda ( $D_i$ ), o estoque inicial de itens não testados ( $I_{i0}$ ), o custo de estoque ( $h_i$ ) e a projeção da área ocupada por item ( $a_i$ ).

TABELA 6 – Dados de cada item

Item	Demanda ( $D_i$ )	Estoque inicial ( $I_{i0}$ )	Custo de estoque ( $h_i$ )	Área ( $a_i$ )
1	100	0	1	25
2	50	0	2	50
3	50	0	3	100
4	250	0	2	200
5	150	0	2	600

Na Tabela 7, são apresentados os dados para cada um dos 5 itens nas 2 máquinas, ou seja, o custo de produção ( $cp_{il}$ ), o tempo de produção ( $p_{il}$ ) e o lote mínimo ( $lmin_{il}$ ) para cada item.

Neste cenário, a capacidade de armazenamento de itens testados para todo o horizonte de planejamento ( $CAT$ ) foi fixada em 5.000 itens. A capacidade de armazenamento de itens não testados para cada período  $t$  ( $CANT_t$ ) de 100 itens.

Todos os itens podem ser produzidos em qualquer uma das máquinas, o que foi definido nos conjuntos ( $SP_i$ ). Cada período  $t$  foi dividido em 5 subperíodos para fins de modelagem do problema, sendo importante salientar que após a resolução e análise dos resultados, a duração de um subperíodo na prática, é dada pela quantidade produzida de cada item no subperíodo

TABELA 7 – Dados de cada item em diferentes máquinas

Item	Máquina	Custo de produção ( $cp_{il}$ )	Tempo de produção ( $p_{il}$ )	Lote mínimo item $i$ ( $lmin_{il}$ )
1	1	10	1	1
	2	15	2	1
2	1	15	1	1
	2	20	1	1
3	1	20	1	1
	2	10	1	1
4	1	15	1	1
	2	20	2	1
5	1	20	1	1
	2	10	2	1

$s$ , multiplicada pelo tempo de produção do respectivo item, o que torna os subperíodos de tamanho variável.

Foi considerado que as máquinas estavam preparadas para a produção de qualquer item no início do horizonte de planejamento, o que pode ser observado nas Figuras 4.5 e 4.8, onde não existe *setup* no início do planejamento. A capacidade de produção  $CP_{lt}$  (em unidade de tempo) disponível em cada máquina  $l$  para cada período  $t$  é apresentada na Tabela 8.

TABELA 8 – Capacidade de produção disponível em cada máquina  $l$  em minutos

Máquina	Períodos							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	60	60	60	60	60	60	60	60
2	60	60	60	60	60	60	60	60

Na Tabela 9, é mostrado o custo de *setup* ( $cs_{ijl}$ ) e tempo de *setup* ( $st_{ijl}$ ) para produzir o item  $j$  imediatamente após o item  $i$  na máquina  $l$ .

TABELA 9 – Custo e Tempo de *setup* dependente da sequência em cada máquina

Custo de <i>Setup</i> ( $cs_{ijl}$ ) e Tempo de <i>Setup</i> ( $st_{ijl}$ ): [ $cs_{ijl}; st_{ijl}$ ]										
Máquina 1					Máquina 2					
	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5
Item 1	[0;0]	[10;1]	[10;1]	[20;2]	[30;3]	[0; 0]	[10;1]	[20;2]	[10;1]	[10;1]
Item 2	[10;1]	[0;0]	[10;1]	[20;2]	[10;1]	[10;1]	[0; 0]	[10;1]	[10;1]	[20;2]
Item 3	[20;2]	[30;3]	[0;0]	[10;1]	[10;1]	[10;1]	[10;1]	[0; 0]	[10;1]	[10;1]
Item 4	[10;1]	[20;2]	[10;1]	[0;0]	[20;2]	[10;1]	[20;2]	[10;1]	[0; 0]	[20;2]
Item 5	[10;1]	[20;2]	[20;2]	[10;1]	[0; 0]	[10;1]	[10;1]	[30;3]	[20;2]	[0; 0]

Na tabela 10, é mostrado o custo fixo ( $cfixo_f$ ) da utilização do forno  $f$ , o custo de operação do forno quando ligado ( $coper_f$ ) em cada período  $t$  e a ocupação máxima em área ( $CCT_f$ ) do forno  $f$ .

TABELA 10 – Dados para cada item em diferentes fornos

	<b>Custo fixo</b> $(cf_{fixo_f})$	<b>Custo de Operação do Forno Ligado</b> $(cf_{oper_f})$	<b>Ocupação Máxima em Área</b> $(CCT_f)$
<b>Forno 1</b>	10.000	1.000	10.000
<b>Forno 2</b>	20.000	2.000	20.000

## 4.2.1.1 Resultados Obtidos do Cenário 1

O modelo foi implementado e resolvido utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Para execução do modelo foi utilizado um computador com processador *Intel Core i5* (2MB *Cache*, 1,7GHz) e 8Gb de memória RAM. Os testes foram realizados sem limite de tempo estabelecido, obtendo assim a solução exata em um tempo de 1 hora e 19 minutos.

A Tabela 11, apresenta a solução do Cenário 1, em relação aos custos em unidade monetária de *setup*, custos de produção, custos de estoque intermediário e custo de utilização do forno.

TABELA 11 – Resultados dos Custos do Cenário 1

	<b>Custo de Setup</b>	<b>Custo de produção</b>	<b>Custo de estoque intermediário</b>	<b>Custo fixo do forno</b>	<b>Custo de Operação do forno</b>
<b>Unidade Monetária</b>	60	7.500	1.150	30.000	15.000

As Tabelas 12 e 13, apresentam a solução exata obtida na execução do modelo matemático considerando os dados apresentados nas Tabelas 6 a 10, levando em consideração a quantidade produzida do item  $i$  no subperíodo  $s$  na máquina  $l$  ( $q_{isl}$ ), o estoque intermediário de itens  $i$  não testados no período  $t$  ( $I_{it}$ ), a partir de quando o forno  $f$  está sendo utilizado no período  $t$  ( $z_{ft}$ ), quando o forno  $f$  foi utilizado pela primeira vez para o teste de carga no período  $t$  ( $w_{ft}$ ), a quantidade de itens  $i$  enviados a carga de teste no período  $t$  ( $qc_{it}$ ) e a quantidade de itens  $i$  que são designados para cada forno  $f$  no período  $t$  ( $qcf_{itf}$ ).

Observa-se que no 8º período não há produção de itens, devido a demanda ter que ser atendida ao final do horizonte de planejamento, sendo assim caso houvesse produção esses itens produzidos só poderiam ser enviados para a carga de teste (forno) no período seguinte. Nota-se também que no 1º período não há o teste de carga, pois é necessário primeiro haver a produção para então gerar-se um estoque intermediário e daí sim no próximo período os itens estocados serem designados para os fornos.

Na prática essa programação é contínua, ou seja, se a produção no 8º período ocorre, ela é deixada no estoque intermediário para que no período seguinte já se tenha itens estocados, gerando um estoque inicial que já pode ser enviado ao forno para o teste de funcionalidade. Neste caso, um estoque de itens não testados deve ser imposto no modelo, isto é,  $I_{iT} > 0$ , para algum  $i$ , e  $I'_{i0} = I_{iT}$  para o próximo planejamento.

TABELA 12 – Resultados da Solução do Cenário 1

		t = 1					t = 2					t = 3					t = 4				
		s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	s16	s17	s18	s19	s20
$q_{isl}$	$M_1$	$q_4 = 2$			$q_2 = 44$		$q_2 = 6$		$q_1 = 52$		$q_1 = 48$	$q_4 = 8$					$q_4 = 60$				
	$M_2$	$q_3 = 50$			$q_5 = 4$			$q_5 = 14$					$q_5 = 12$				$q_5 = 30$				
$I_{it}$		$I_1 = 0$	$I_2 = 44$	$I_3 = 50$	$I_4 = 2$	$I_5 = 0$		$I_2 = 6$	$I_3 = 0$	$I_4 = 0$	$I_5 = 14$	$I_1 = 48$	$I_2 = 0$	$I_3 = 0$	$I_4 = 8$	$I_5 = 12$	$I_1 = 0$	$I_2 = 0$	$I_3 = 0$	$I_4 = 60$	$I_5 = 30$
$z_{ft}$	$F_1$																				
	$F_2$																				
$w_{ft}$	$F_1$																				
	$F_2$																				
$q_{c_{it}}$							$qc_1 = 0$	$qc_2 = 44$	$qc_3 = 50$	$qc_4 = 2$	$qc_5 = 4$	$qc_1 = 52$	$qc_2 = 6$	$qc_3 = 0$	$qc_4 = 0$	$qc_5 = 14$	$qc_1 = 48$	$qc_2 = 0$	$qc_3 = 0$	$qc_4 = 8$	$qc_5 = 12$
							$qcf_1 = 0$	$qcf_2 = 44$	$qcf_3 = 50$	$qcf_4 = 2$	$qcf_5 = 4$	$qcf_1 = 52$	$qcf_2 = 6$	$qcf_3 = 0$	$qcf_4 = 0$	$qcf_5 = 14$	$qcf_1 = 48$	$qcf_2 = 0$	$qcf_3 = 0$	$qcf_4 = 8$	$qcf_5 = 12$
$q_{cf_{itf}}$	$F_1$																				
	$F_2$																				

TABELA 13 – Continuação dos Resultados da Solução do Cenário 1

				t = 5					t = 6					t = 7					t = 8					
				S21	S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28	S29	S30	S31	S32	S33	S34	S35	S36	S37	S38	S39	S40	
$q_{int}$	$M_1$			$q_4 =$ 60	$q_4 =$ 60					$q_5 =$ 30					$q_4 =$ 60									
	$M_2$			$q_5 =$ 30																				
$I_{it}$				$I_1 =$ 0	$I_2 =$ 0	$I_3 =$ 0	$I_4 =$ 60	$I_5 =$ 30	$I_1 =$ 0	$I_2 =$ 0	$I_3 =$ 0	$I_4 =$ 60	$I_5 =$ 30	$I_1 =$ 0	$I_2 =$ 0	$I_3 =$ 0	$I_4 =$ 60	$I_5 =$ 30	$I_1 =$ 0	$I_2 =$ 0	$I_3 =$ 0	$I_4 =$ 60	$I_5 =$ 30	
$z_{ft}$	$F_1$			$I$	$I$					$I$					$I$					$I$				
	$F_2$			$I$																				
$w_{ft}$	$F_1$			$I$																				
	$F_2$																							
$q_{cit}$				$qc_1 =$ 0	$qc_2 =$ 0	$qc_3 =$ 0	$qc_4 =$ 60	$qc_5 =$ 30	$qc_1 =$ 0	$qc_2 =$ 0	$qc_3 =$ 0	$qc_4 =$ 60	$qc_5 =$ 30	$qc_1 =$ 0	$qc_2 =$ 0	$qc_3 =$ 0	$qc_4 =$ 60	$qc_5 =$ 30	$qc_1 =$ 0	$qc_2 =$ 0	$qc_3 =$ 0	$qc_4 =$ 60	$qc_5 =$ 30	
$q_{cif}$	$F_1$			$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 2	$qc_{f4} =$ 16	$qc_{f5} =$ 16	$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 50	$qc_{f5} =$ 0	$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 50	$qc_{f5} =$ 0	$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 50	$qc_{f5} =$ 0	
	$F_2$			$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 58	$qc_{f5} =$ 14	$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 10	$qc_{f5} =$ 30	$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 10	$qc_{f5} =$ 30	$qc_{f1} =$ 0	$qc_{f2} =$ 0	$qc_{f3} =$ 0	$qc_{f4} =$ 10	$qc_{f5} =$ 30	

A Figura 4.5 mostra a representação gráfica dos resultados do Cenário 1. Observa-se o sequenciamento dos itens nas máquinas  $M1$  e  $M2$ , bem como os *setups* ocorridos nos 1º, 2º e 3º períodos na máquina  $M1$  e no 1º período da máquina  $M2$ . Observa-se também que o forno  $F1$  teve sua ocupação máxima a partir do 2º período e o forno  $F2$  a partir do 5º período. A capacidade de produção da máquina  $M1$  está quase no limite. Os fornos quando utilizados estão na sua capacidade máxima, e quando não são utilizados estão desligados. Observa-se que a máquina  $M2$  está um pouco ociosa nos 2º e 3º períodos, porém não é possível produzir todo o item 5 no 2º período devido a capacidade do forno já ter atingido o seu máximo de ocupação. O fluxo do estoque intermediário com capacidade de 100 unidades está quase no limite em quase todos os períodos, ou seja, nota-se que está bem controlado, conforme mostra a Figura 4.6.



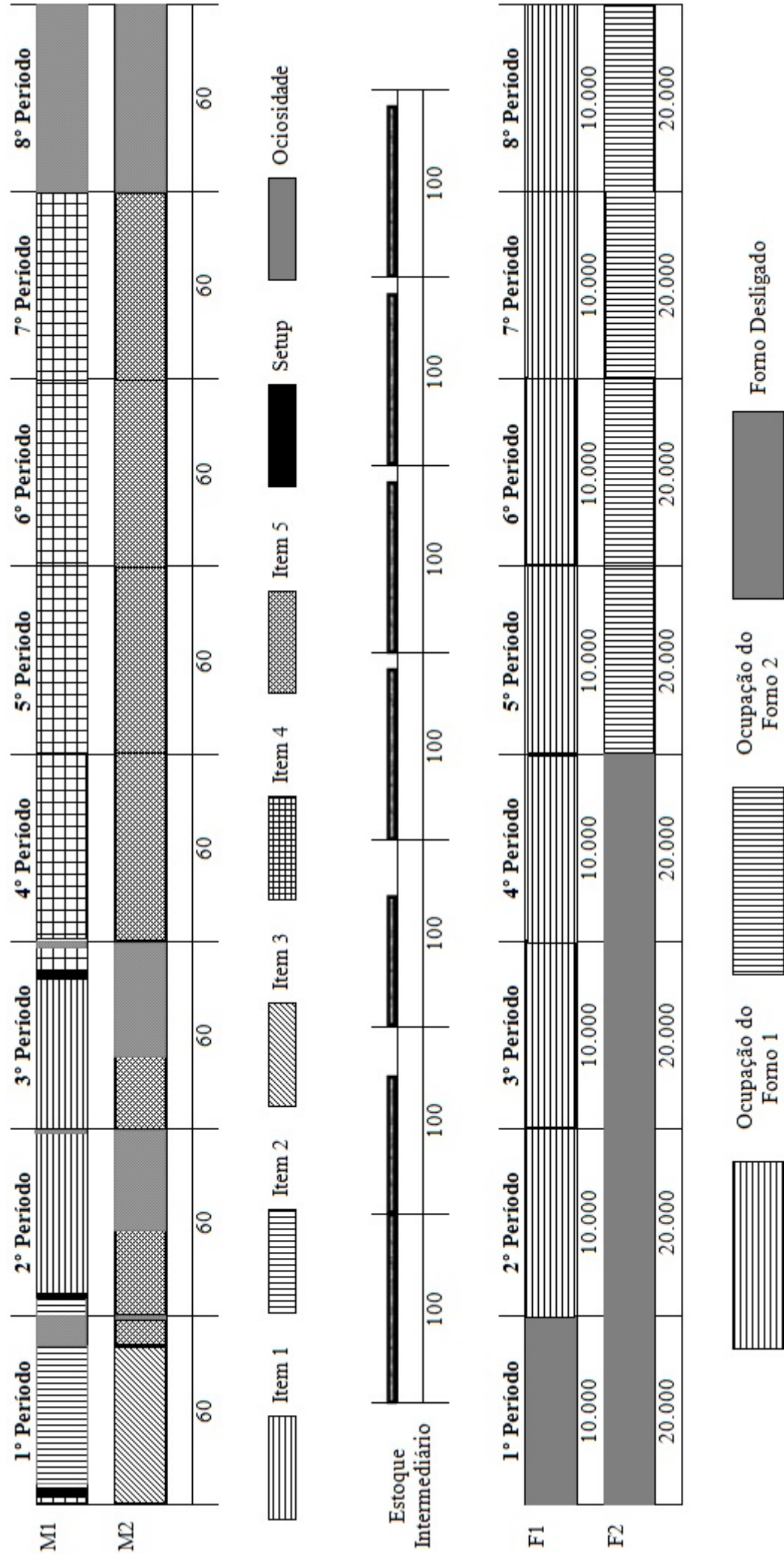


FIGURA 4.5 – Representação Gráfica do Cenário 1  
Fonte: O Autor (2016)

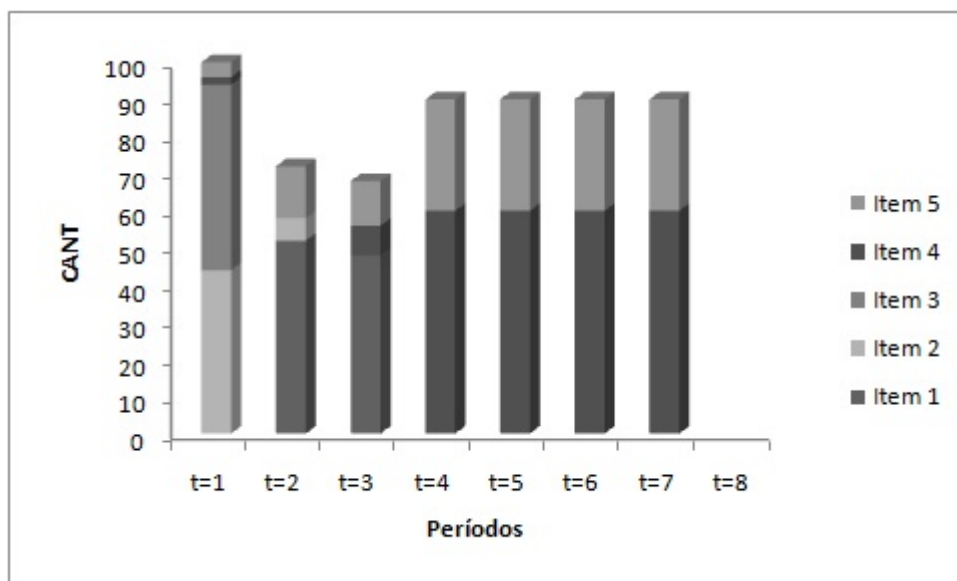


FIGURA 4.6 – Fluxo do Estoque Intermediário do Cenário 1  
Fonte: O Autor (2016)

Conforme mostra a Figura 4.7 é possível verificar que a capacidade dos fornos está sendo bem utilizada pelo modelo proposto. Verifica-se que em ambos os fornos foi suprida a capacidade máxima, não sendo necessário algum forno ficar ocioso ou ligado sem necessidade.

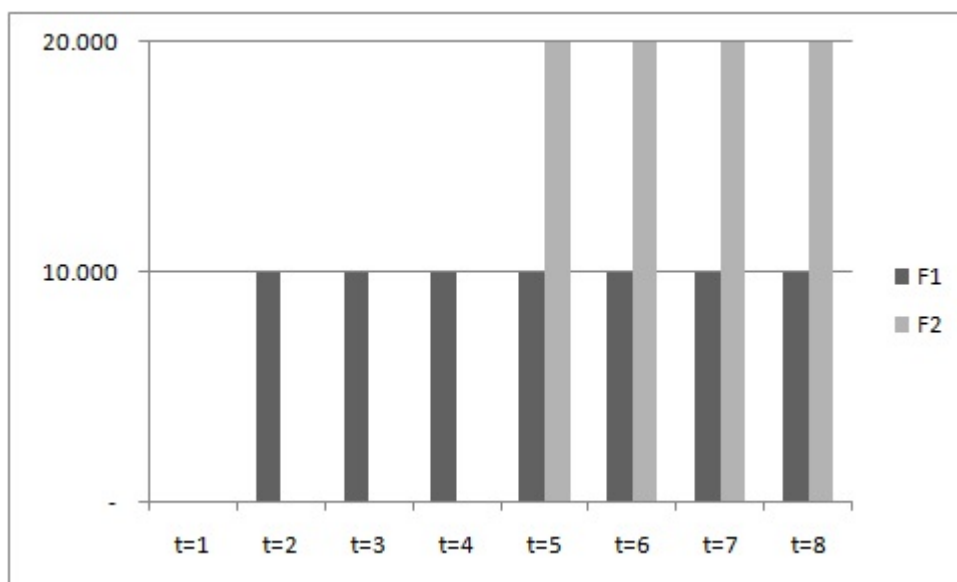


FIGURA 4.7 – Utilização da capacidade dos fornos no Cenário 1  
Fonte: O Autor (2016)

#### 4.2.2 Cenário 2

Para este cenário considerou-se uma demanda bem baixa de cada item, ou seja, de 50 unidades. Os demais dados continuaram exatamente os mesmos do Cenário 1.

#### 4.2.2.1 Resultados Obtidos do Cenário 2

As Tabelas 14 e 15, apresentam a solução exata obtida na execução do modelo matemático considerando os dados apresentados nas Tabelas 6 a 10, levando em consideração as variáveis de quantidade produzida do item  $i$  no subperíodo  $s$  na máquina  $l$  ( $q_{isl}$ ), o estoque intermediário de itens  $i$  não testados no período  $t$  ( $I_{it}$ ), a partir de quando o forno  $f$  está sendo utilizado no período  $t$  ( $z_{ft}$ ), quando o forno  $f$  foi utilizado pela primeira vez para o teste de carga no período  $t$  ( $w_{ft}$ ), a quantidade de itens  $i$  enviados a carga de teste no período  $t$  ( $qc_{it}$ ) e a quantidade de itens  $i$  que são designados para cada forno  $f$  no período  $t$  ( $qc_{f_{itf}}$ ), reduzindo apenas a demanda como já citado em 4.2.1.2.

TABELA 14 – Resultados da Solução do Cenário 2

		t = 1					t = 2					t = 3					t = 4				
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
$q_{isl}$	$M_1$	$q_4 =$ 1				$q_4 =$ 43		$q_4 =$ 6		$q_1 =$ 36		$q_1 =$ 14		$q_2 =$ 1					$q_2 =$ 41		
	$M_2$	$q_3 =$ 1							$q_3 =$ 49		$q_5 =$ 5		$q_5 =$ 16						$q_5 =$ 13		
	$I_{it}$	$I_1 =$ 0	$I_2 =$ 0	$I_3 =$ 1	$I_4 =$ 44	$I_5 =$ 0	$I_1 =$ 36	$I_2 =$ 0	$I_3 =$ 49	$I_4 =$ 6	$I_5 =$ 5	$I_1 =$ 14	$I_2 =$ 1	$I_3 =$ 0	$I_4 =$ 0	$I_5 =$ 16	$I_1 =$ 0	$I_2 =$ 41	$I_3 =$ 0	$I_4 =$ 0	$I_5 =$ 13
$z_{ft}$	$F_1$								$l$					$l$					$l$		
	$F_2$																				
$w_{ft}$	$F_1$								$l$												
	$F_2$																				
$q_{cit}$							$q_{c1} =$ 0	$q_{c2} =$ 0	$q_{c3} =$ 1	$q_{c4} =$ 44	$q_{c5} =$ 0	$q_{c1} =$ 36	$q_{c2} =$ 0	$q_{c3} =$ 49	$q_{c4} =$ 6	$q_{c5} =$ 5	$q_{c1} =$ 14	$q_{c2} =$ 1	$q_{c3} =$ 0	$q_{c4} =$ 0	$q_{c5} =$ 16
							$q_{cf1} =$ 0	$q_{cf2} =$ 0	$q_{cf3} =$ 1	$q_{cf4} =$ 44	$q_{cf5} =$ 0	$q_{cf1} =$ 36	$q_{cf2} =$ 0	$q_{cf3} =$ 49	$q_{cf4} =$ 6	$q_{cf5} =$ 5	$q_{cf1} =$ 14	$q_{cf2} =$ 1	$q_{cf3} =$ 0	$q_{cf4} =$ 0	$q_{cf5} =$ 16
$q_{cf_{itf}}$	$F_1$																				
	$F_2$																				

TABELA 15 – Continuação dos Resultados da Solução do Cenário 2

		t = 5					t = 6					t = 7					t = 8								
		S21	S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28	S29	S30	S31	S32	S33	S34	S35	S36	S37	S38	S39	S40				
$q_{isl}$	M <sub>1</sub>	$q_2 = 8$																							
	M <sub>2</sub>	$q_5 = 16$																							
$I_{it}$		$I_1 = 0$	$I_2 = 8$	$I_3 = 0$	$I_4 = 0$	$I_5 = 16$																			
		$I$					$I$																		
$z_{ft}$	F <sub>1</sub>	$I$																							
	F <sub>2</sub>																								
$w_{ft}$	F <sub>1</sub>																								
	F <sub>2</sub>																								
$q_{c_{it}}$		$q_{c_1} = 0$	$q_{c_2} = 41$	$q_{c_3} = 0$	$q_{c_4} = 0$	$q_{c_5} = 13$	$q_{c_1} = 0$	$q_{c_2} = 8$	$q_{c_3} = 0$	$q_{c_4} = 0$	$q_{c_5} = 16$														
		$q_{c_1} = 0$					$q_{c_2} = 8$					$q_{c_3} = 0$					$q_{c_4} = 0$					$q_{c_5} = 16$			
$q_{c_{itf}}$	F <sub>1</sub>	$q_{cf_1} = 0$	$q_{cf_2} = 41$	$q_{cf_3} = 0$	$q_{cf_4} = 0$	$q_{cf_5} = 13$	$q_{cf_1} = 0$	$q_{cf_2} = 8$	$q_{cf_3} = 0$	$q_{cf_4} = 0$	$q_{cf_5} = 16$														
	F <sub>2</sub>																								

A Tabela 16, apresenta a solução do Cenário 2, em relação aos custos em unidade monetária de *setup*, custos de produção, custos de estoque intermediário e custo de utilização do forno.

TABELA 16 – Resultados dos Custos do Cenário 2

	<b>Custo de <i>Setup</i></b>	<b>Custo de produção</b>	<b>Custo de estoque interme- diário</b>	<b>Custo fixo do forno</b>	<b>Custo de Operação do forno</b>
<b>Unidade Monetária</b>	30	3.000	500	10.000	5.000

A Figura 4.8 mostra a representação gráfica do Cenário 2.

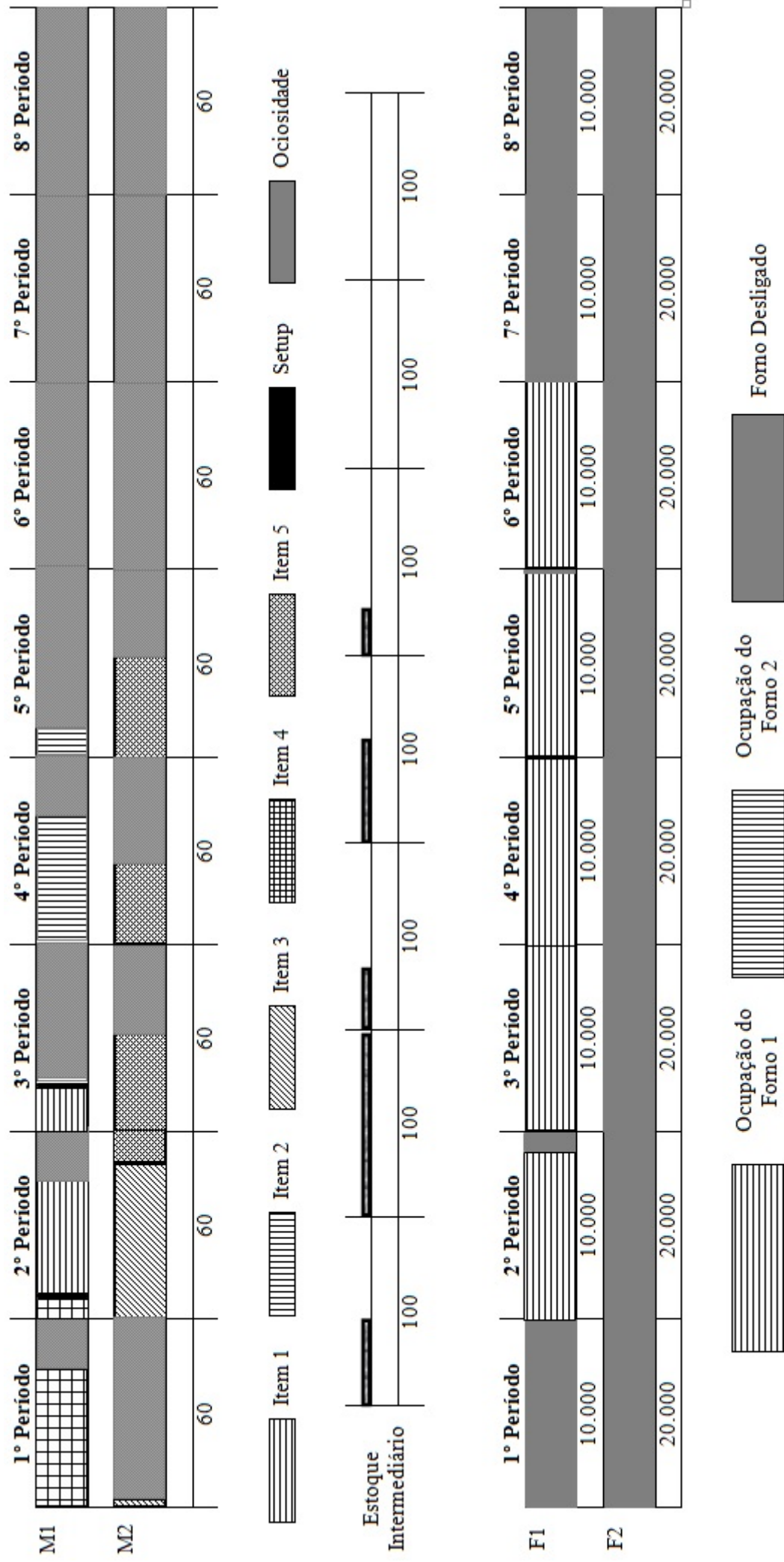


FIGURA 4.8 – Representação Gráfica do Cenário 2  
Fonte: O Autor (2016)

É possível observar que foi utilizado somente o Forno 1, devido a baixa demanda. Apesar de ter capacidade de estoque intermediário, conforme mostra a Figura 4.9 não existe capacidade para o teste de funcionalidade para adiantamento do 5º para o 3º ou 4º período, pois o forno já está utilizando quase a sua capacidade máxima.

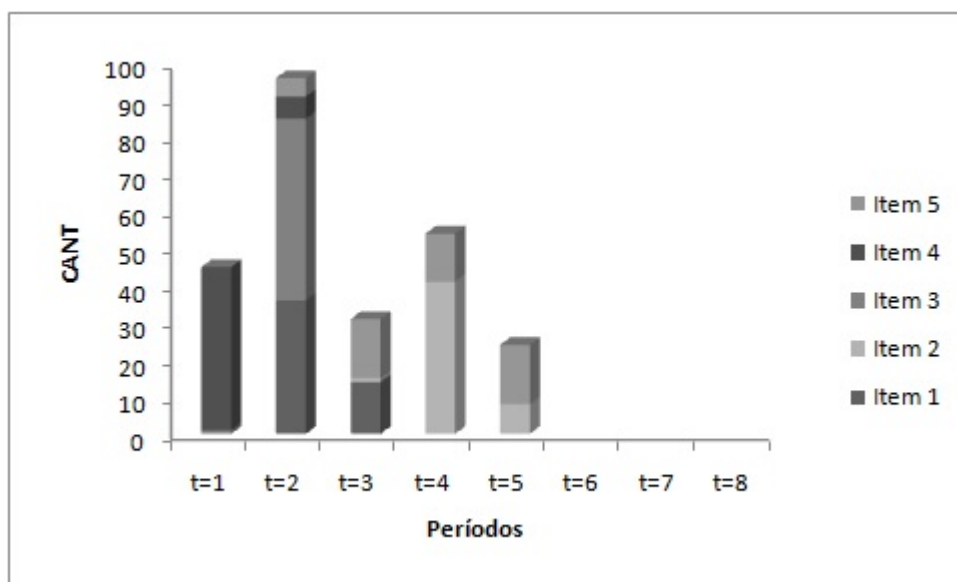


FIGURA 4.9 – Fluxo do Estoque Intermediário do Cenário 2

Fonte: O Autor (2016)

Na Figura 4.10 verifica-se que o Forno 2 não foi ligado, pois como tem-se uma demanda baixa, o Forno 1 supriu a necessidade. Nota-se também que nos períodos em que o Forno 1 ficou ligado a capacidade foi praticamente inteira utilizada, mostrando assim um bom aproveitamento do modelo proposto.

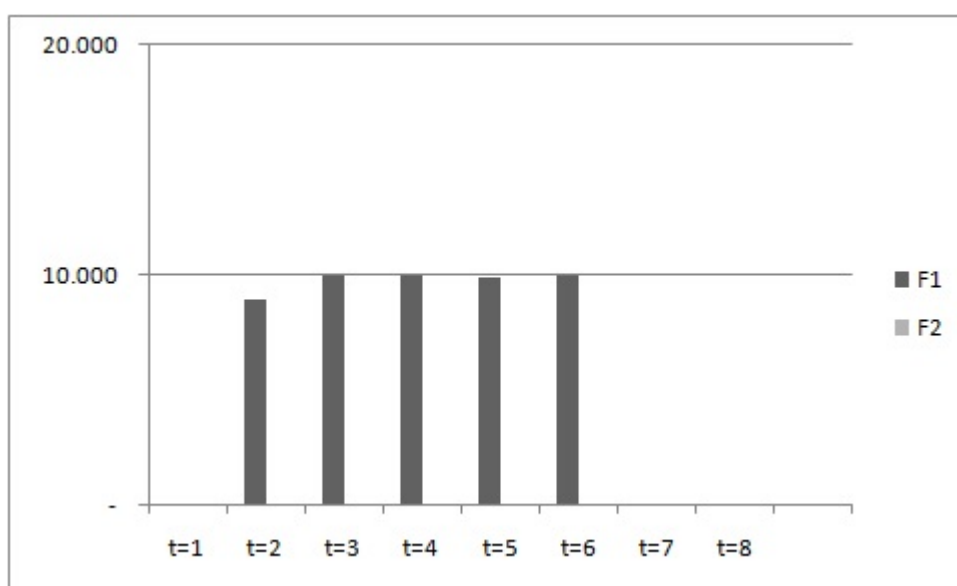


FIGURA 4.10 – Utilização da capacidade dos fornos no Cenário 2

Fonte: O Autor (2016)



Com base nesses cenários apresentados, é possível observar que o modelo matemático proposto neste trabalho está controlando os estoques intermediários e fazendo com que a produção dos itens e a ocupação dos fornos estejam em sincronismo, ou seja, observa-se que o forno somente é ligado quando realmente há necessidade, não gerando assim custos desnecessários.

Finalizado a apresentação do modelo, nos próximos capítulos será proposto uma metodologia de solução para problemas de maiores dimensões.

## 5 DEFINIÇÃO DAS HEURÍSTICAS

Para obter a solução do modelo proposto em situações reais de uso é apresentado a heurística *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* que se baseiam na decomposição das variáveis inteiras do problema original em subconjuntos disjuntos. Na literatura, essas heurísticas foram escolhidas devido ao seu desempenho na resolução de diversos problemas práticos de dimensionamento e sequenciamento de lotes similares ao tratado nesse trabalho, como citado em [Beraldi et al. \(2008\)](#), [Ferreira, Morabito e Rangel \(2009\)](#) e [Ulbricht \(2015\)](#).

A seguir, apresenta-se com mais detalhes cada uma dessas heurísticas.

### 5.1 A HEURÍSTICA RELAX-AND-FIX

[Wolsey \(1998\)](#) define a heurística *relax-and-fix* como um método de decomposição no qual um problema representado por um modelo de programação inteira mista (MIP) de difícil solução pode ser decomposto em subproblemas menores que podem ser resolvidos rapidamente, fornecendo boas soluções ao problema original.

As heurísticas *relax-and-fix* são amplamente utilizadas para a resolução de problemas de planejamento de produção, como pode ser visto, por exemplo, em trabalhos na indústria de bebidas ([FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009](#)) e ([FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2010](#)), na indústria de ração animal ([TOSO; MORABITO; CLARK, 2009](#)), na indústria de fundição ([ARAUJO; ARENALES; CLARK, 2008](#)) e na indústria de papel e celulose ([SANTOS; ALMADA-LOBO, 2012](#)).

Além de se basear na decomposição do conjunto de variáveis inteiras, métodos do tipo *relax-and-fix* utilizam-se de relaxação linear como parte da abordagem de solução, para tornar a resolução dos subproblemas mais "fáceis". Considere o conjunto de variáveis binárias do problema ( $Q$ ). Este conjunto é particionado em ( $R$ ) subconjuntos disjuntos, tal que cada conjunto pode ser representado por ( $Q^r$ ) com ( $r = 1, \dots, R$ ). Desta forma  $Q = Q^1 \cup \dots \cup Q^R$  e  $Q = Q^1 \cap \dots \cap Q^R = \emptyset$ . Para a resolução do problema, o método procede de forma iterativa. Associado a cada iteração resolve-se um problema  $MIP^r$  (problema inteiro misto com a partição  $Q^r$  considerada como inteira) com  $r = 1, \dots, R$ . No primeiro subproblema  $MIP^1$  apenas o subconjunto  $Q^1$  é integralizado e as variáveis pertencentes aos demais subconjuntos  $Q^2 \cap \dots \cap Q^R$  são considerados reais. Após a resolução de  $MIP^1$ ,  $Q^1$  é fixado no valor da solução do passo anterior, caso a solução seja factível, e o subconjunto  $Q^2$  é integralizado ( $MIP^2$ ). Esses passos são executados até que o subconjunto  $Q^R$  seja integralizado ( $MIP^R$ ). A solução do  $MIP^R$  é uma solução heurística para o problema original. Caso não se obtenha uma solução factível para um subproblema  $MIP^R$  com  $r = 1, \dots, R$ , todo o processo é interrompido, pois não é possível encontrar uma solução para o problema  $MIP$  original com esta forma de

particionamento.

Em algumas abordagens, todas as variáveis do problema podem ser fixadas, por exemplo, em uma abordagem com particionamento por períodos, a cada iteração, além de fixar as variáveis de decisão (*setup*, preparação da máquina, utilização de forno, entre outras) fixaria também as variáveis de produção ( $q_{it} = \bar{q}_{it}/\forall i, t \in Q^1 \cup \dots \cup Q^{r-1}$ ). No entanto, optou-se em fixar apenas as variáveis de decisão binárias, como descrito em [Pochet e Wolsey \(2006\)](#), por dar maior flexibilidade ao método durante o processo de resolução, além de possibilitar deslocamento da produção durante as iterações.

Para esta tese são apresentadas nas próximas seções três tipos de partição utilizando a heurística *relax-and-fix*. Para o processo de relaxação foram escolhidas as variáveis  $x_{isl}$  e  $z_{ft}$  que são variáveis binárias e consistiu-se em torná-las reais no intervalo  $[0, 1]$ .

#### 5.1.1 Primeira heurística do tipo *relax-and-fix* - Partição por períodos (RF-P)

Nessa partição por períodos representada por RF-P, o problema original foi dividido em  $T$  subproblemas, cada um correspondendo a um período  $t$  do horizonte de planejamento. A sequência de resolução foi iniciada em ordem cronológica partindo do subproblema correspondente ao primeiro período e finalizando na última iteração, no subproblema correspondente ao último período. A Figura 5.1 ilustra o funcionamento dessa estratégia para o primeiro subproblema gerado, onde as variáveis mantiveram seu domínio no primeiro período e para os demais períodos as variáveis  $x_{isl}$  e  $z_{ft}$  foram relaxadas.

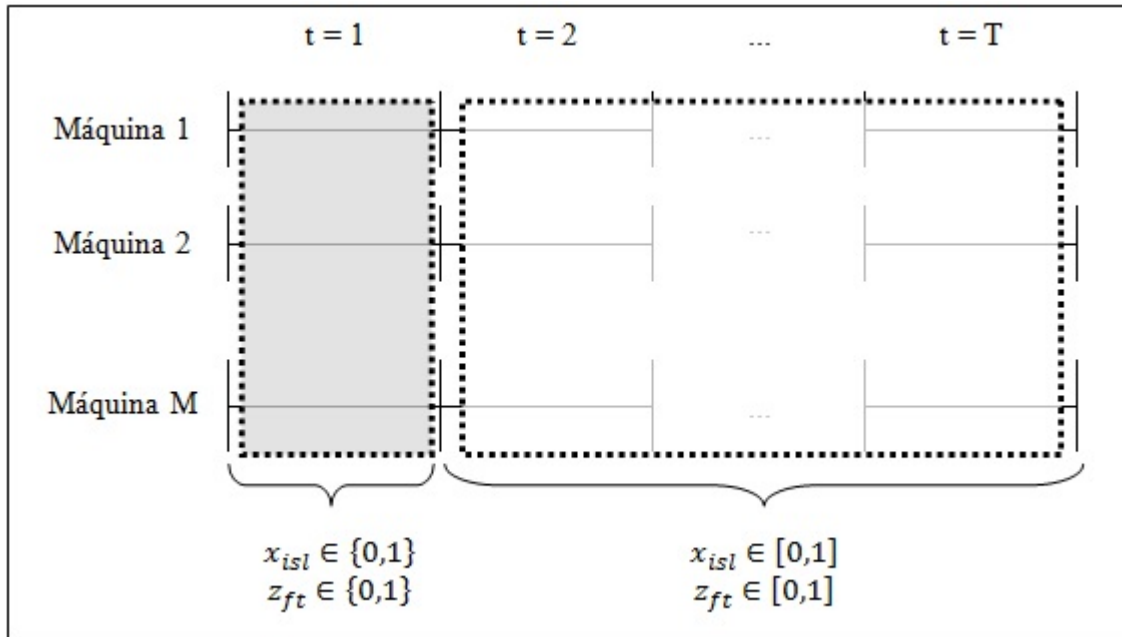


FIGURA 5.1 – Estratégia RF-P - Partição por períodos - Subproblema Inicial  
Fonte: O Autor (2016)

Após resolver o primeiro subproblema, as variáveis binárias  $x_{isl}$  e  $z_{ft}$  do primeiro período são fixadas, ou seja, tornam-se parâmetros resultante da resolução do primeiro subproblema. As

variáveis binárias  $x_{isl}$  e  $z_{ft}$  referente ao segundo período são mantidas e nos demais períodos elas são relaxadas, conforme mostra a Figura 5.2.

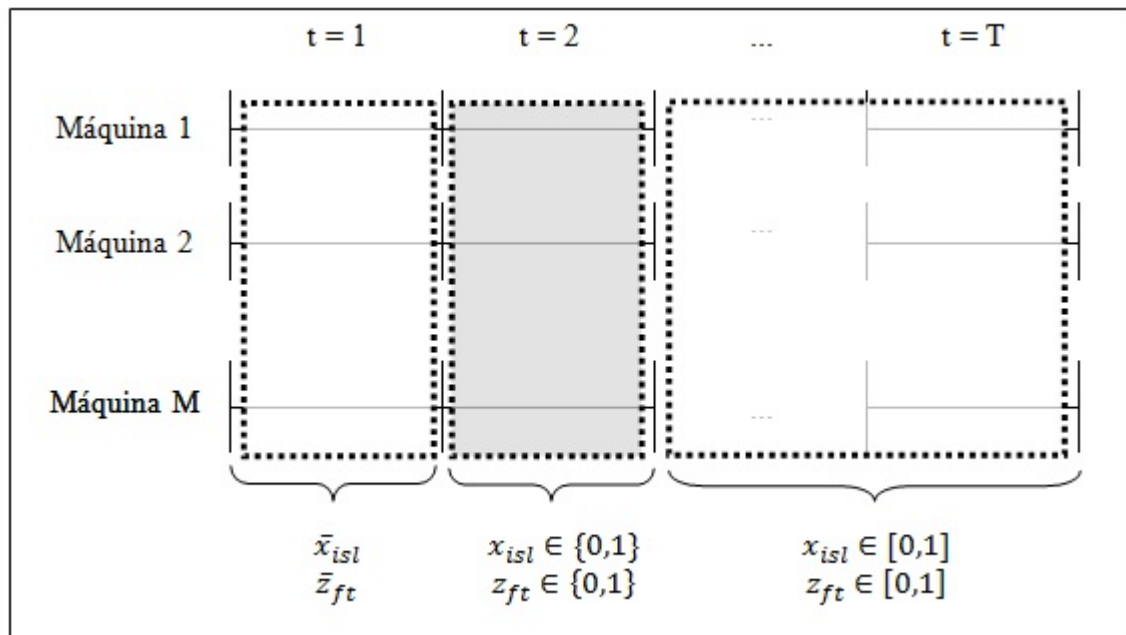


FIGURA 5.2 – Estratégia RF-P - Partição por períodos - Subproblema Secundário  
Fonte: O Autor (2016)

Procede-se fixando-se as variáveis  $x_{isl}$  e  $z_{ft}$  de cada subproblema até que o último subproblema correspondente ao último período do horizonte de planejamento seja resolvido.

#### 5.1.2 Segunda heurística do tipo *relax-and-fix* - Partição por máquinas (RF-M)

Nessa partição por máquinas representada por RF-M, o problema original foi dividido em  $M$  subproblemas, cada um correspondendo a uma máquina  $l$  disponível. A sequência de resolução foi iniciada em ordem cronológica partindo do subproblema correspondente à primeira máquina e finalizando na última iteração, no subproblema correspondente à última máquina. A Figura 5.3 ilustra o funcionamento dessa estratégia para o primeiro subproblema gerado, onde as variáveis mantiveram seu domínio na primeira máquina e para as demais máquinas somente a variável  $x_{isl}$  foi relaxada.

Após resolver o primeiro subproblema, a variável binária  $x_{isl}$  da primeira máquina é fixada, ou seja, torna-se parâmetro resultante da resolução do primeiro subproblema. A variável binária  $x_{isl}$  referente à segunda máquina é mantida e nas demais máquinas ela é relaxada, conforme mostra a Figura 5.4.

Procede-se fixando a variável  $x_{isl}$  de cada subproblema até que o último subproblema correspondente à última máquina do horizonte de planejamento seja resolvido.

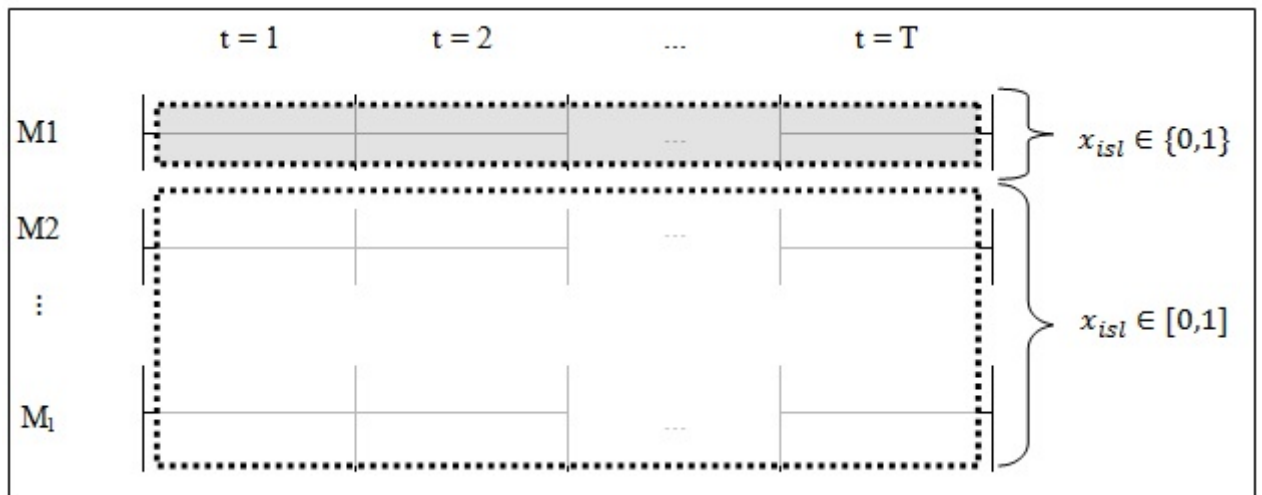


FIGURA 5.3 – Estratégia RF-M - Partição por máquinas - Subproblema Inicial  
Fonte:O Autor(2016)

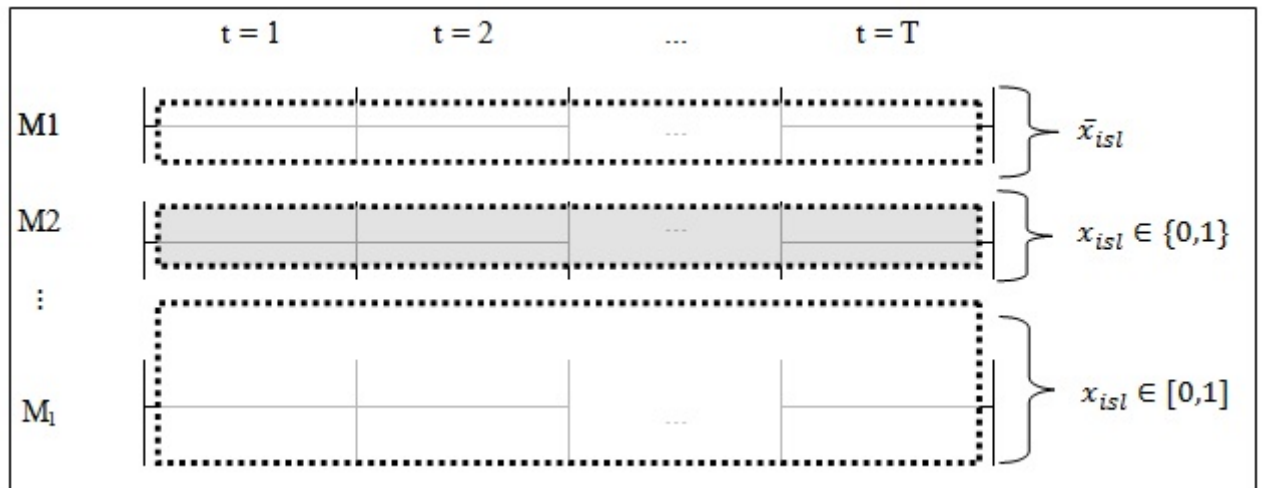


FIGURA 5.4 – Estratégia RF-M - Partição por máquinas - Subproblema Secundário  
Fonte:O Autor(2016)

### 5.1.3 Terceira heurística do tipo *relax-and-fix* - Partição por itens (RF-I)

Nessa partição por itens representada por RF-I, o problema original foi dividido em  $N$  subproblemas, cada um correspondendo a um tipo de item  $i$  que pode ser produzido em todos os  $T$  períodos e em todas as máquinas  $M$ . A sequência de resolução foi iniciada em ordem cronológica partindo do subproblema correspondente à todas as máquinas e fixando-se o primeiro item em todos os períodos. A Figura 5.5 ilustra o funcionamento dessa estratégia para o subproblema gerado, onde as variáveis  $x_{isl}$  mantiveram seu domínio em todas as máquinas para o primeiro item em todos os períodos. Para todos os demais itens em todos os períodos a variável  $x_{isl}$  foi relaxada.

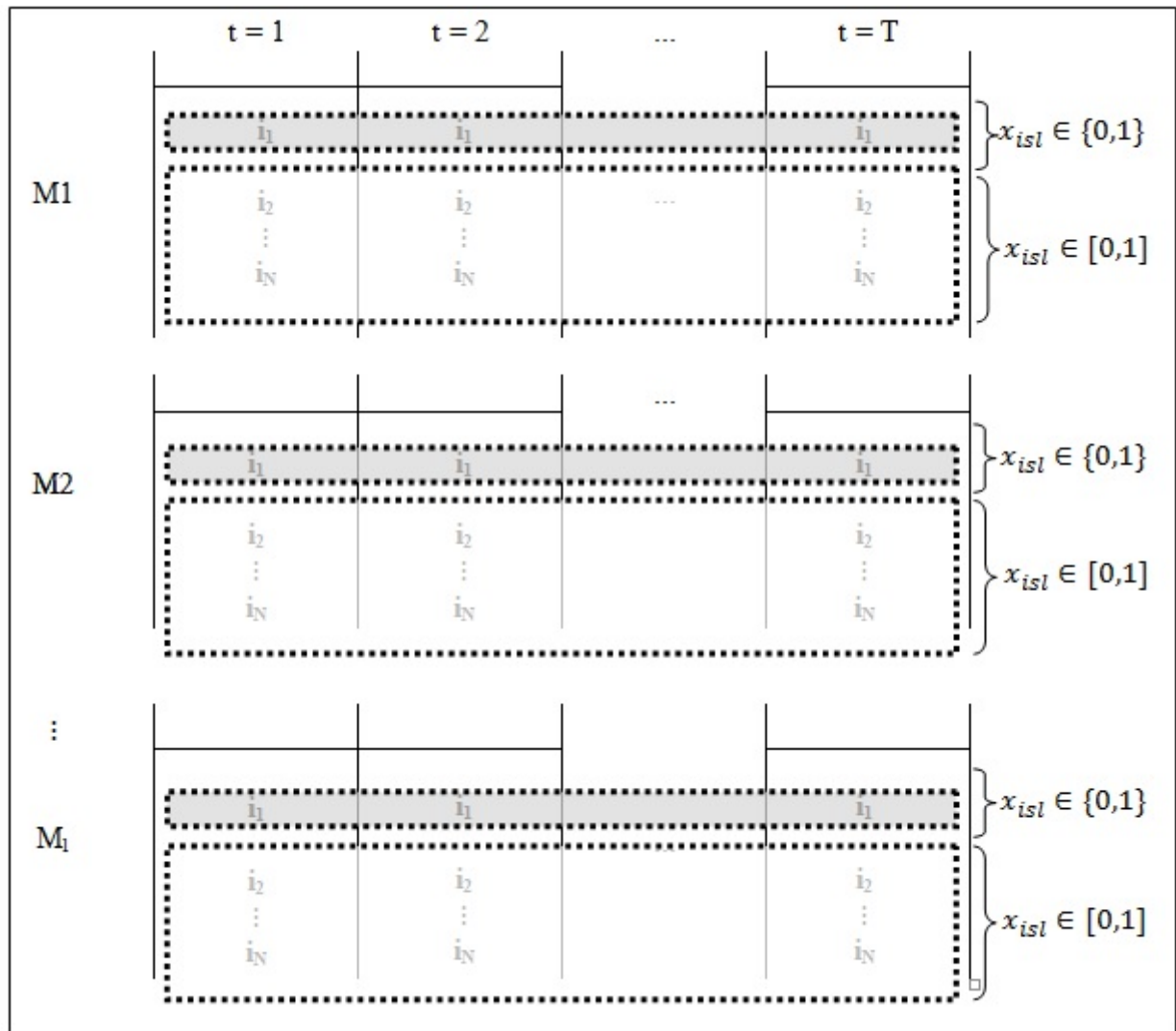


FIGURA 5.5 – Estratégia RF-I - Partição por itens - Subproblema Inicial  
Fonte: O Autor(2016)

Após resolver o primeiro subproblema, a variável binária  $x_{isl}$  do primeiro item é fixada, ou seja, torna-se parâmetro resultante da resolução do primeiro subproblema. A variável binária  $x_{isl}$  referente ao segundo item é mantida inteira para todos os demais itens em todos os períodos ela é relaxada, conforme mostra a Figura 5.6.

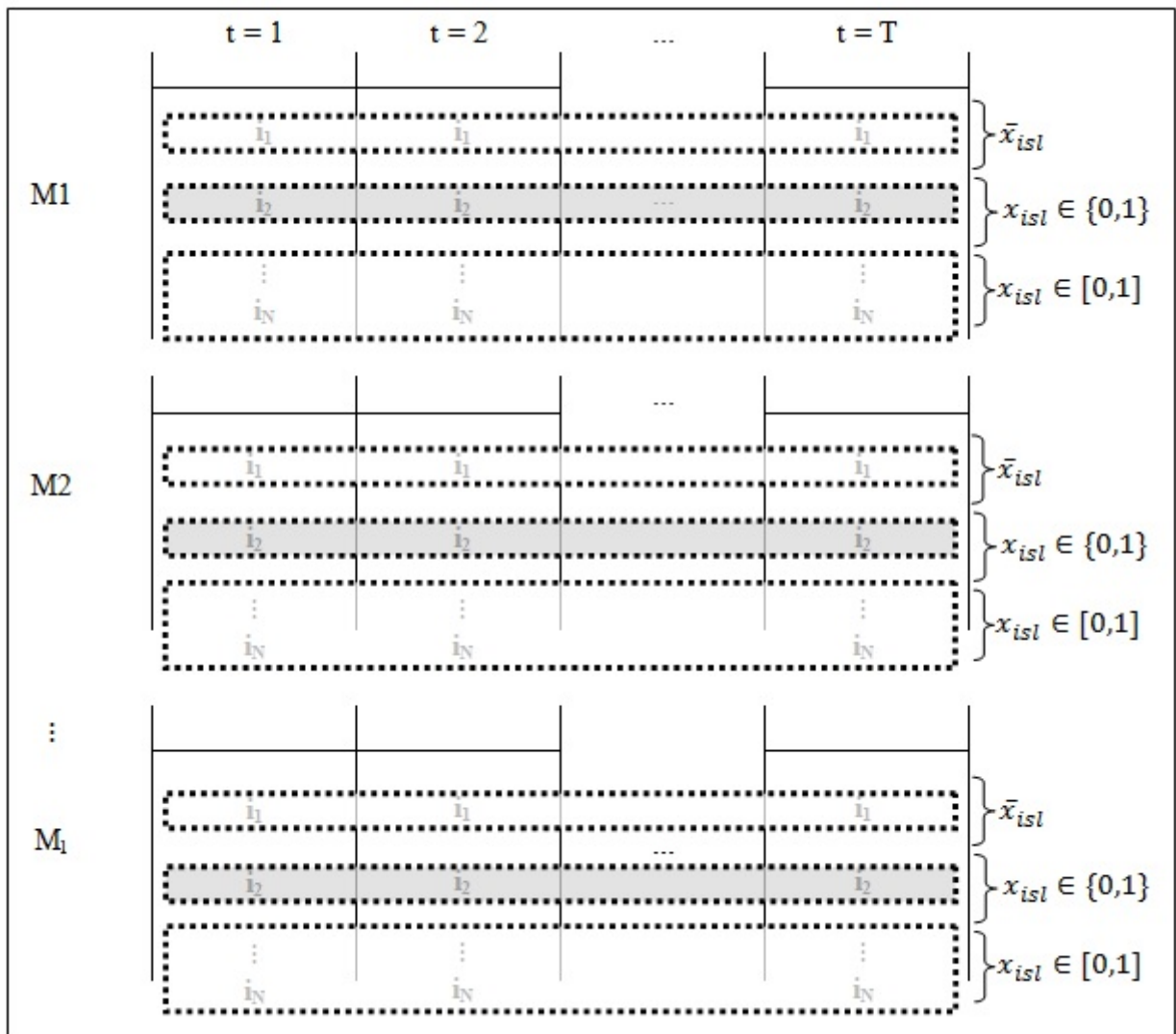


FIGURA 5.6 – Estratégia RF-I - Partição por itens - Subproblema Secundário  
Fonte: O Autor(2016)

Procede-se fixando a variável  $x_{isl}$  de cada subproblema até que o último subproblema correspondente à última máquina do último item do horizonte de planejamento seja resolvido.

## 5.2 A HEURÍSTICA *FIX-AND-OPTIMIZE*

A heurística *fix-and-optimize* é considerada como um método de melhoria, de forma que necessita de uma solução inicial factível, a qual pode ser obtida por meio da heurística *relax-and-fix*, por exemplo. O método consiste na composição de  $P$  partições para o problema original, gerando assim pelo menos  $P$  problemas a serem resolvidos. Em cada iteração, uma partição é mantida com as variáveis disponíveis escolhidas para serem otimizadas. Nas demais partições, todas as variáveis são fixadas tornando-se parâmetros, os quais recebem os valores correspondentes à solução incumbente. Esse procedimento faz com que um menor número de variáveis seja otimizado em cada iteração, quando comparado à resolução do problema original sem partições, o que torna cada subproblema mais simples de ser resolvido do que o problema original. Em cada iteração da heurística *fix-and-optimize*, se a solução obtida na resolução do subproblema correspondente for melhor que a solução incumbente, esta será substituída. Em uma próxima iteração, outra partição é mantida com as variáveis escolhidas livres e todas as demais fixadas, e assim sucessivamente até a última iteração. O critério de parada da heurística consiste no momento em que todos os subproblemas forem resolvidos sem haver melhoria na solução incumbente.

Essas heurísticas foram empregadas na resolução de problemas de dimensionamento de lotes com múltiplos itens, restrições de capacidade e tempo de *setup* para estrutura de produtos monoestágio com máquinas paralelas (JAMES; ALMADA-LOBO, 2011), para estrutura de produtos monoestágio com sequenciamento da produção (LANG; SHEN, 2011), para estruturas multiestágio com *setup carry-over* (SAHLING et al., 2009) ou com *lead time* (HELBER; SAHLING, 2010) e no planejamento da produção multiestágio com estoques intermediários limitados (ULBRICHT, 2015).

A Figura 5.7 mostra o funcionamento das iterações da heurística *fix-and-optimize*, cujo problema original é dividido em  $P$  partições. A partição destacada em cada iteração tem suas variáveis disponíveis para serem otimizadas, enquanto nas demais partições as variáveis são fixadas tornando-se parâmetros.

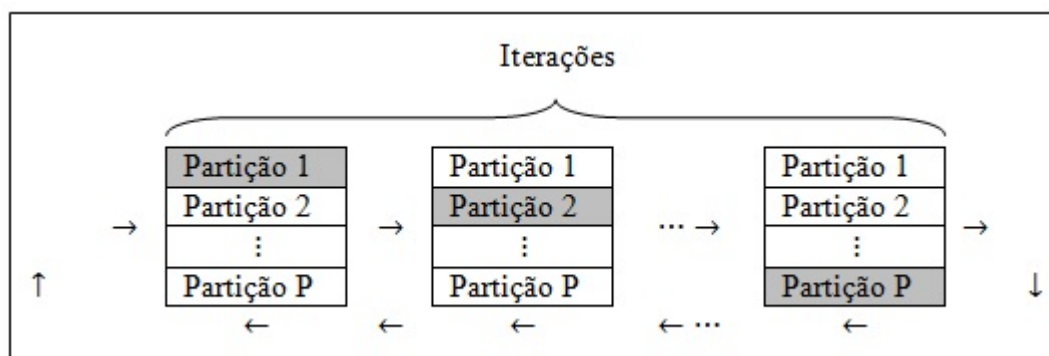


FIGURA 5.7 – Representação genérica da heurística *fix-and-optimize*  
Fonte: O Autor (2016)



Para esta heurística foram aplicadas apenas as partições de variáveis em relação aos períodos (FO-P), às máquinas (FO-M) e aos itens (FO-I), conforme já explicado na seção 5.1.

No Capítulo 6 são apresentados experimentos computacionais de diferentes dimensões para demonstrar o desempenho do modelo matemático utilizando as heurísticas propostas.

## 6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS UTILIZANDO AS HEURÍSTICAS

Este capítulo aborda os testes computacionais aplicados ao modelo proposto, com a utilização das heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* abordadas no Capítulo 5. Na validação do modelo apresentado no Capítulo 4, uma metodologia exata foi usada, pois os cenários eram de problemas de pequeno porte, mesmo nestes casos o tempo computacional ultrapassou 1 hora. Isto indica que outras metodologias são necessárias, enfocando qualidade de solução versus tempo de execução.

### 6.1 GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE TESTE

Para a realização dos experimentos foram propostos inicialmente 4 problemas de tamanhos diferentes para serem geradas as instâncias de teste, denominados de P1, P2, P3 e P4. O objetivo dessas instâncias é mostrar que para uma maior quantidade de itens, máquinas e fornos, o modelo torna-se incapaz de ser resolvido de forma exata e heurísticas são necessárias.

Os testes foram realizados para problemas envolvendo de 5 a 20 itens, 2 ou 3 máquinas e 2 ou 3 fornos.

A capacidade de processamento em cada máquina foi fixada em 480 minutos, distribuídos em 8 períodos, o que corresponde a um dia de trabalho de 8 horas. Os demais parâmetros foram os mesmos utilizados na Tabela 4.

Os testes computacionais apresentados neste capítulo foram realizados utilizando um computador com processador Intel Core i5 de 1.7GHz e 8Gb de memória RAM, bem como o pacote computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6. O modelo matemático proposto foi gerado dentro do próprio pacote do CPLEX.

Para a análise da eficiência das heurísticas apresentadas a partir dos teste computacionais realizados adotou-se como critério de parada o tempo de execução de 1 hora e o cálculo do *GAP* relativo, onde o *GAP* é calculado pela expressão (6.1), em que  $f(x)$  e  $ML$  representam o valor da função objetivo obtido pela heurística e do melhor limitante inferior encontrado pelo CPLEX, respectivamente.

$$GAP = \left( \frac{f(x) - ML}{f(x)} \right) \times 100\% \quad (6.1)$$

A Tabela 17 mostra a dimensão dos problemas gerados.

TABELA 17 – Dimensão dos problemas gerados

	P1	P2	P3	P4
Número de Itens	5	10	15	20
Número de Máquinas	2	2	2	3
Número de Fornos	2	2	2	3
Restrições	3.071	19.681	61.891	212.287
Total de Variáveis	3.010	19.585	61.760	212.132
Variáveis Inteiras	120	240	360	640
Variáveis Binárias	2.444	17.654	57.664	201.711
Coefficientes Diferentes de Zero	11.341	76.116	242.391	836.519

Fonte: O Autor (2016)

Na próxima seção é apresentado os resultados dessas instâncias através das heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*.

## 6.2 RESULTADOS DAS INSTÂNCIAS DE TESTE UTILIZANDO AS HEURÍSTICAS *RELAX-AND-FIX* E *FIX-AND-OPTIMIZE*

A questão sobre a aplicação de heurísticas em problemas de otimização consiste na troca da garantia de otimalidade por uma solução boa em tempo computacional aceitável.

A Tabela 18 mostra a solução dos 4 cenários gerados com o CPLEX puro e a solução nas diferentes estratégias de partição da heurística *relax-and-fix* e na heurística *fix-and-optimize*, analisando o valor da função objetivo, o GAP e o tempo computacional. Foi estabelecido um tempo de no máximo 1 hora para a realização dos testes, com exceção do problema P1. As variáveis binárias  $x_{isl}$  e  $z_{ft}$  foram fixadas para as heurísticas RF-P e FO-P. Nas demais heurísticas somente a variável binária  $x_{isl}$  foi fixada. Esta aplicação pode ser encontrada em [Joner e Volpi \(2017\)](#).

TABELA 18 – Resultados dos problemas gerados através das heurísticas *Relax-and-Fix*(RF) e *Fix-and-Optimize*(FO)

	Cenários	Análise	CPLEX	RF-P	RF-M	RF-I	FO-P	FO-M	FO-I
P1	5 itens	FO	161.697	161.798	161.697	161.725	161.786	161.697	161.725
	2 máquinas	GAP	0%	0.06%	0%	0.02%	0.06%	0%	0.02%
	2 fornos	Tempo (seg.)	6.591	5	39	4	5	48	4
P2	10 itens	FO	69.270	68.431	68.222	68.211	68.254	68.222	68.211
	2 máquinas	GAP	27.37%	26.48%	26.25%	26.24%	26.29%	26.25%	26.24%
	2 fornos	Tempo (seg.)	3.600	720	3.600	840	1.384	3.600	886
P3	15 itens	FO	36.543	38.565	36.412	36.020	38.389	36.401	36.008
	2 máquinas	GAP	18.18%	22.47%	17.88%	16.99%	22.11%	17.86%	16.96%
	2 fornos	Tempo (seg.)	3.600	3.600	3.600	3.600	3.600	3.600	3.600
P4	20 itens	FO	35.376	18.528	53.025	20.497	18.528	22.694	20.497
	3 máquinas	GAP	48.11%	0.93%	65.38%	10.45%	3.75%	19.12%	10.45%
	3 fornos	Tempo (seg.)	3.600	3.600	3.600	360	3.600	3.600	360

Fonte: O Autor (2016)

A seguir é apresentado a análise dos resultados para cada cenário.

### 6.2.1 Resultados do Cenário P1

A Figura 6.1 representa a função objetivo para as diferentes estratégias do Cenário P1. Observa-se que os valores da função objetivo das heurísticas estão bem próximo do valor da função objetivo do CPLEX, o que demonstra confiabilidade no método.

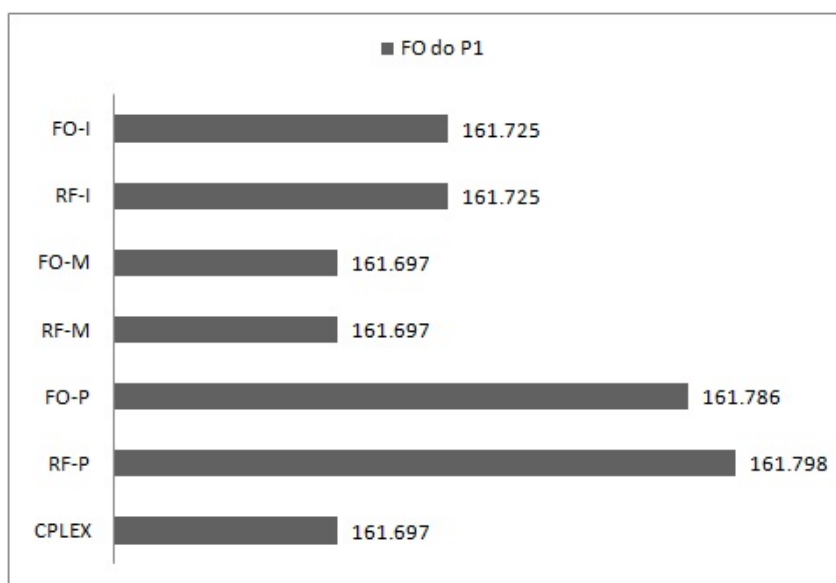


FIGURA 6.1 – Função Objetivo do Cenário P1  
Fonte: O Autor (2016)

Em relação ao tempo computacional, observa-se que houve um ganho computacional enorme das heurísticas em relação ao CPLEX. E, em relação ao GAP, elas apresentaram um GAP quase nulo. Portanto, como neste cenário, o CPLEX, apesar de ter levado quase 2 horas, encontrou a solução ótima, é possível avaliar que as heurísticas propostas são uma estratégia para resolver o modelo proposto neste trabalho.

### 6.2.2 Resultados do Cenário P2

No Cenário P2, são mantidos as capacidades dos recursos das máquinas e a quantidade de fornos, porém é dobrado o número de itens. A Figura 6.2 representa a função objetivo do Cenário P2. É possível observar que houve um ganho com a aplicação das heurísticas em relação ao CPLEX. Nota-se também que não houve uma grande melhora da heurística *fix-and-optimize* em relação à heurística *relax-and-fix*.

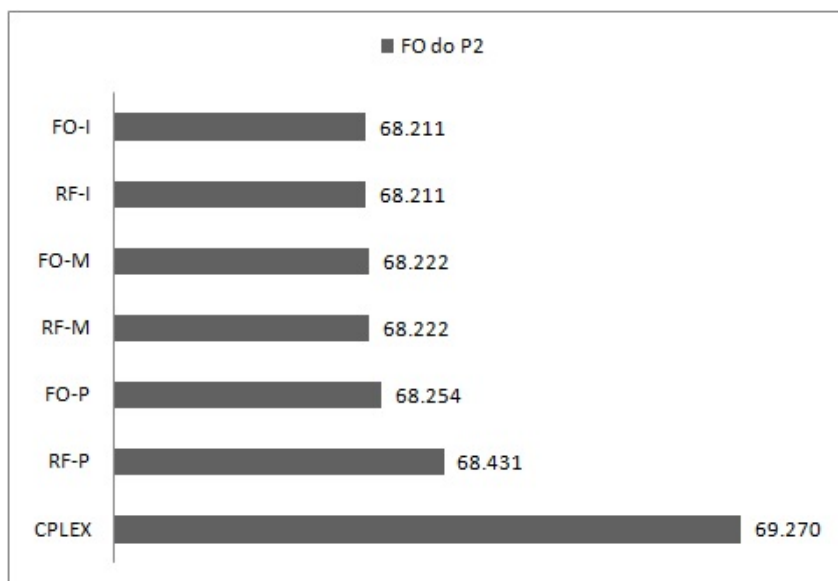


FIGURA 6.2 – Função Objetivo do Cenário P2  
Fonte:O Autor(2016)

A Figura 6.3 mostra o tempo computacional para o Cenário P2. Observa-se que não houve um ganho computacional para as heurísticas RF-M e FO-M em relação ao CPLEX, pois o resultado foi obtido através do limite de 1 hora de execução. Neste caso, como são apenas 2 máquinas, o tamanho de cada um dos dois subproblemas aumentou com a elevação do número de itens, e fez com que o subproblema fosse muito similar ao problema original.

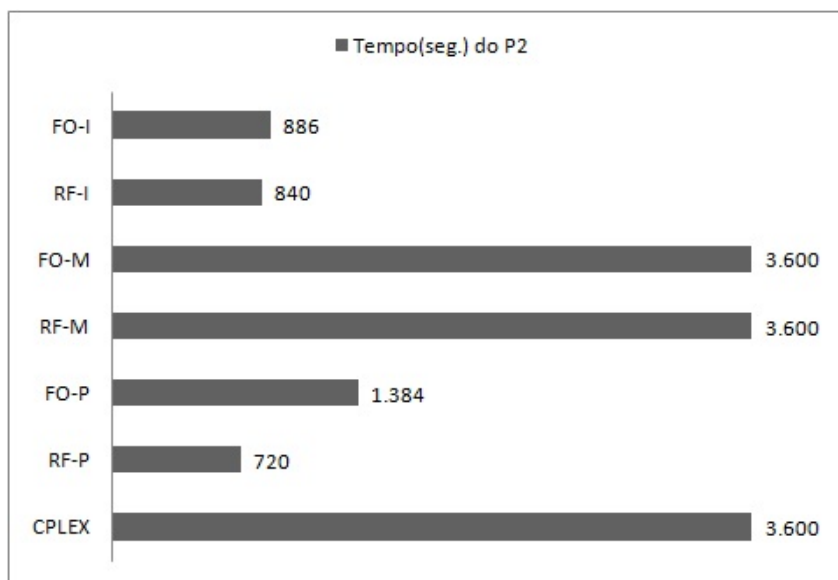


FIGURA 6.3 – Tempo Computacional do Cenário P2  
Fonte:O Autor(2016)

A Figura 6.4 mostra o GAP do Cenário P2, onde observa-se que as heurísticas apresentam um GAP menor em relação ao GAP do CPLEX.

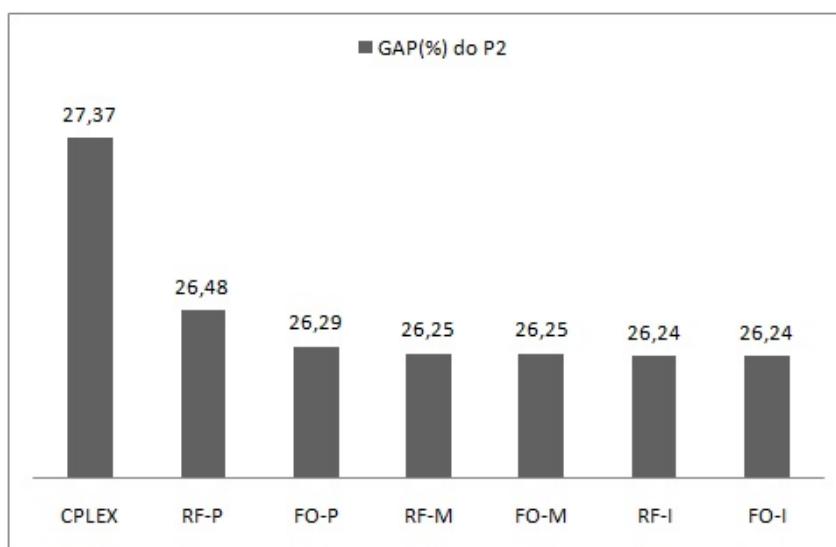


FIGURA 6.4 – GAP do Cenário P2  
Fonte:O Autor(2016)

### 6.2.3 Resultados do Cenário P3

Neste Cenário, o número de itens foi triplicado em relação ao Cenário P1, com os demais recursos mantidos constantes. A Figura 6.5 representa a função objetivo do Cenário P3. É possível observar que não houve um ganho com a aplicação das heurísticas RF-P e FO-P em relação ao CPLEX. Neste caso possivelmente, a solução encontrada seja a de uma solução local, já que o tempo de execução foi inferior a 1 hora, como se observa na Figura 6.6.

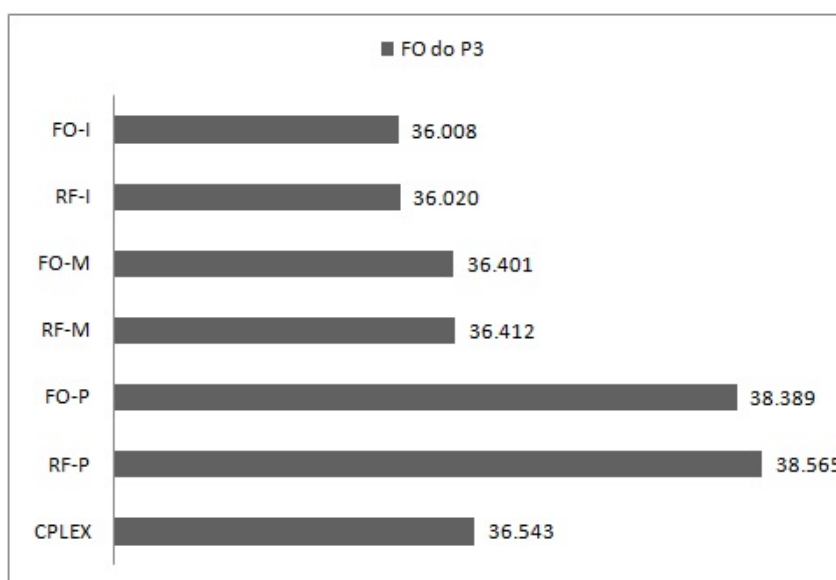


FIGURA 6.5 – Função Objetivo do Cenário P3  
Fonte:O Autor(2016)

A Figura 6.6 mostra o tempo computacional para o Cenário P3. Observa-se que não houve um ganho computacional para as heurísticas em relação ao CPLEX.

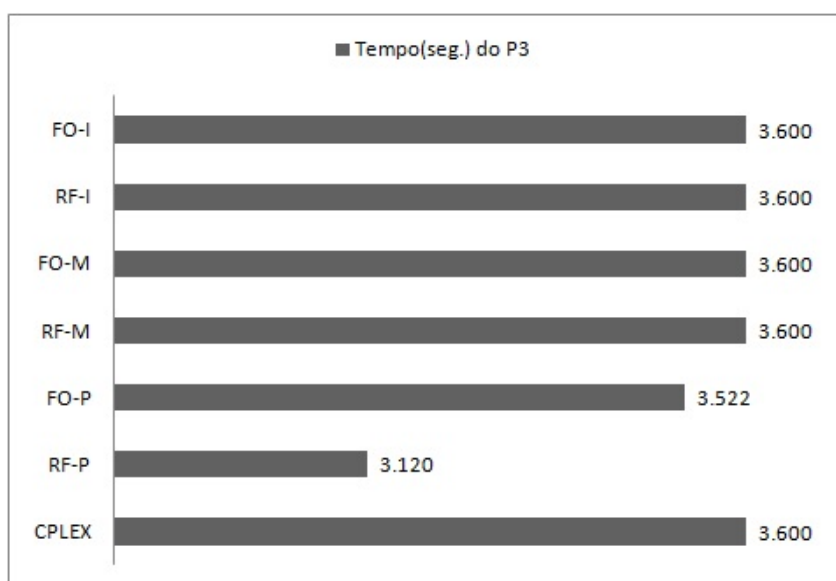


FIGURA 6.6 – Tempo Computacional do Cenário P3  
Fonte:O Autor(2016)

A Figura 6.7 mostra o GAP do Cenário P3, onde observa-se que as heurísticas apresentam um GAP de mesma ordem de grandeza em relação ao GAP do CPLEX, exceto as heurísticas RF-P e FO-P.

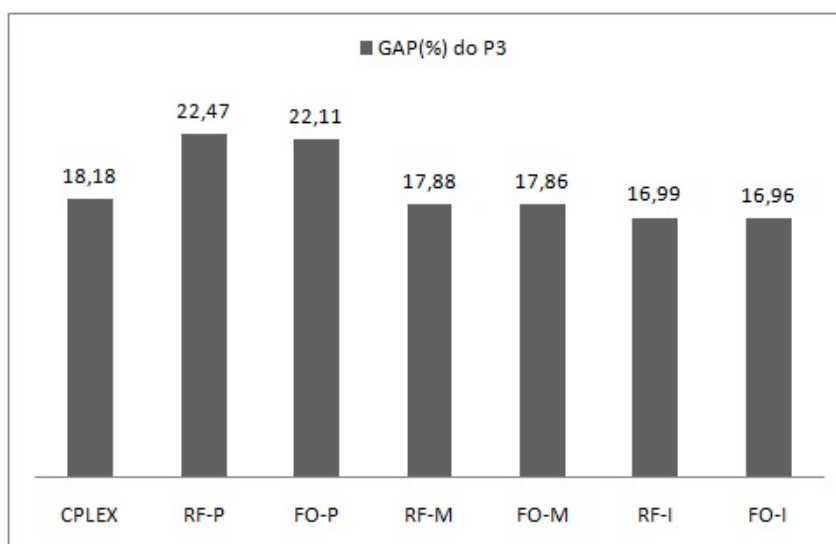


FIGURA 6.7 – GAP do Cenário P3  
Fonte:O Autor(2016)

#### 6.2.4 Resultados do Cenário P4

No Cenário P4, os recursos das máquinas e dos fornos foram aumentados, como também o número de itens a serem produzidos. A Figura 6.8 representa a função objetivo do Cenário P4. É possível observar que houve um ganho com a aplicação das heurísticas em relação ao CPLEX, exceto para a heurística RF-M, pois cada subproblema tem dimensão parecida com o do problema resolvido no CPLEX.

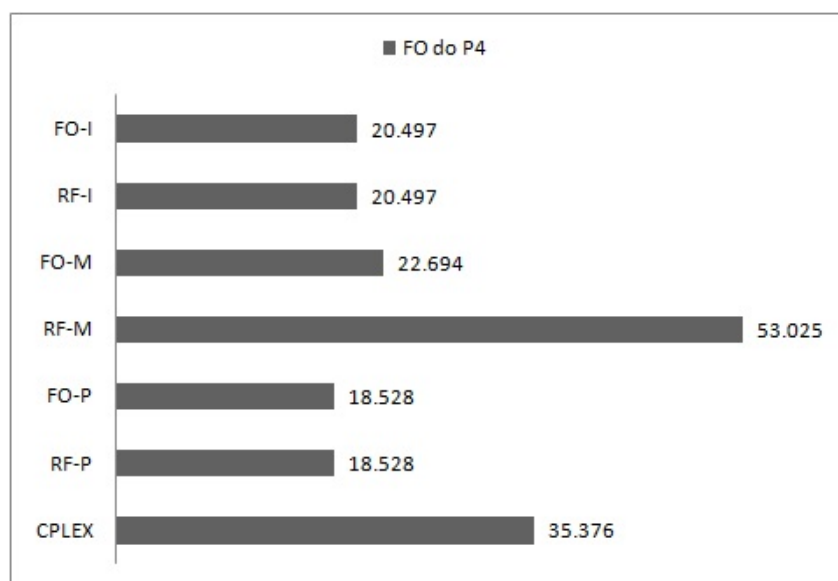


FIGURA 6.8 – Função Objetivo do Cenário P4  
Fonte: O Autor (2016)

A Figura 6.9 mostra o tempo computacional para o Cenário P4. Observa-se que houve um ganho computacional para as heurísticas RF-I e FO-I em relação ao CPLEX.

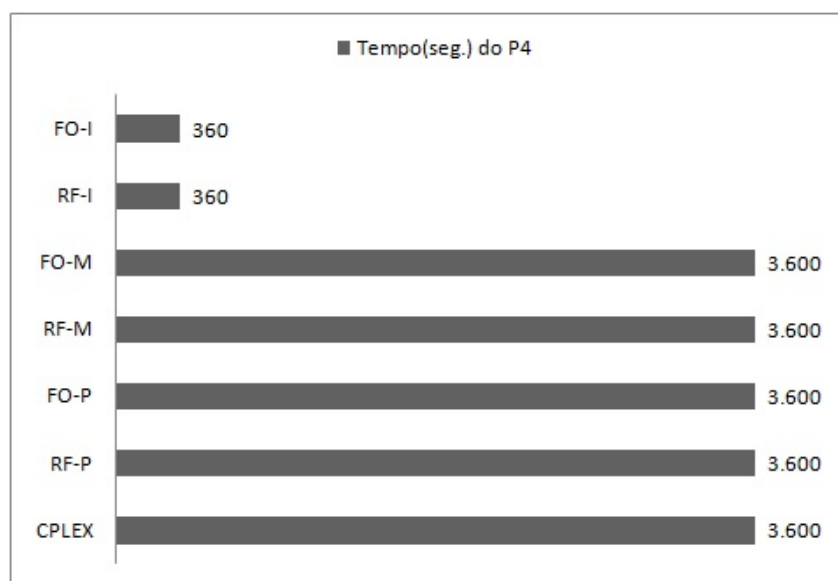


FIGURA 6.9 – Tempo Computacional do Cenário P4  
Fonte: O Autor (2016)



A Figura 6.10 mostra o GAP do Cenário P4, onde observa-se que as heurísticas apresentam um GAP menor em relação ao GAP do CPLEX, exceto a heurística RF-M.

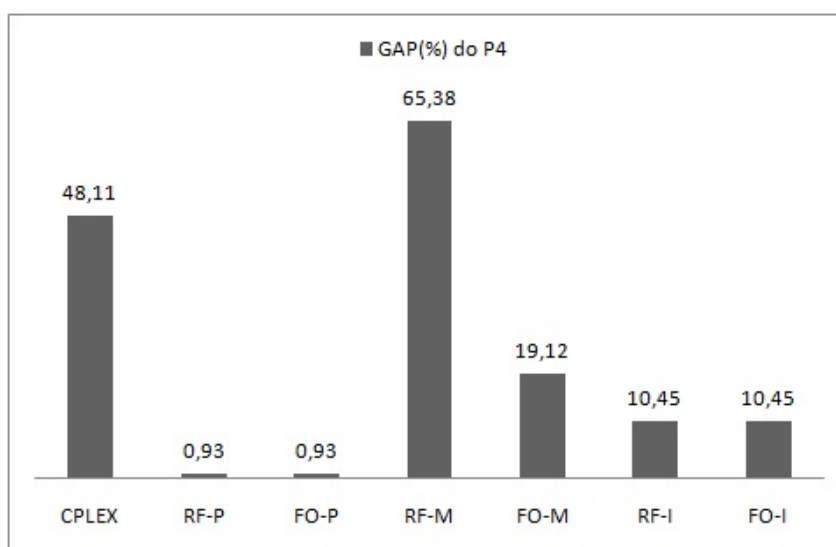


FIGURA 6.10 – GAP do Cenário P4  
Fonte: O Autor (2016)

A técnica *fix-and-optimize* não contribuiu em melhorias nos testes realizados, apesar de ter-se dado mais 1 hora para tal fim, com exceção no P4, onde houve um ganho considerável. Justifica-se esse mau desempenho devido ao fato de que a heurística *fix-and-optimize* considera uma solução conhecida e fixa um conjunto de variáveis de  $n - 1$  partições que pode não gerar melhoria nas variáveis da partição a ser otimizada. Considerando todas essas observações conclui-se que em função do tempo computacional gasto, a heurística *fix-and-optimize* não teve um bom desempenho como técnica de melhoria. A heurística *relax-and-fix* mostrou-se mais adequada e, em função dos testes realizados, a melhor partição a ser utilizada tem a ver com a maior quantidade de subproblemas a serem resolvidos, como na partição RF-I. Estes testes foram realizados para observar o comportamento dos resultados e indicar uma estratégia de solução, mas não podem ser utilizados para inferir resultados. Portanto, um conjunto de novos problemas serão simulados para verificar se as observações já feitas podem indicar uma melhor estratégia para a resolução do problema proposto.

### 6.3 RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA AS INSTÂNCIAS DE TESTE UTILIZANDO A HEURÍSTICA *RELAX-AND-FIX*

Para a geração das instâncias de teste a partir dos parâmetros da Tabela 4, foram variados apenas os parâmetros referente à demanda para a geração desses testes. A partir da definição dos parâmetros, foram geradas 10 instâncias de teste para cada um dos problemas com 5 itens, 10 itens, 15 itens e 20 itens, totalizando assim 40 instâncias de teste, denominadas de I1 até I40. O objetivo dessa análise é verificar qual é a melhor possível estratégia de solução

para o modelo proposto. Como a heurística *fix-and-optimize* não obteve resultados promissores, foi realizado os testes utilizando apenas a heurística *relax-and-fix*.

### 6.3.1 Instâncias de 5 itens

A Tabela 19 apresenta o resultado referente às instâncias geradas para 5 itens. Observa-se na análise desses valores que para estas instâncias, a estratégia RF-P em relação ao tempo, é a que teve o melhor desempenho. Em relação ao valor da função objetivo e do GAP não teve uma grande variação comparado com as outras estratégias.

TABELA 19 – Geração de Instâncias de 5 itens

Instância	Análise	CPLEX	RF-P	RF-M	RF-I
I1	FO	19.702	19.765	19.711	19.713
	GAP(%)	0,01	0,33	0,06	0,07
	TEMPO(seg.)	1475	2	61	5
I2	FO	15.095	15.126	15.095	15.105
	GAP(%)	0,01	0,22	0,01	0,08
	TEMPO(seg.)	648	1	7	8
I3	FO	19.995	20.010	19.995	20.005
	GAP(%)	0,02	0,09	0,02	0,06
	TEMPO(seg.)	844	2	5	8
I4	FO	18.770	18.825	18.770	18.780
	GAP(%)	0,01	0,30	0,01	0,06
	TEMPO(seg.)	1513	5	6	3
I5	FO	34.980	44.329	34.980	34.990
	GAP(%)	0,01	21,10	0,01	0,04
	TEMPO(seg.)	1560	3	2	3
I6	FO	18.176	18.197	18.176	18.176
	GAP(%)	0,02	0,13	0,02	0,02
	TEMPO(seg.)	946	8	5	3
I7	FO	17.166	17.196	17.166	17.185
	GAP(%)	0,11	0,28	0,11	0,22
	TEMPO(seg.)	3600	3	96	7
I8	FO	40.438	50.424	42.285	42.380
	GAP(%)	0,32	20,06	4,67	4,89
	TEMPO(seg.)	3600	2	180	14
I9	FO	13.585	13.620	13.585	13.595
	GAP(%)	0,01	0,27	0,01	0,09
	TEMPO(seg.)	135	2	5	3
I10	FO	37.202	47.107	39.070	39.145
	GAP(%)	0,01	21,04	4,79	4,97
	TEMPO(seg.)	3600	3	1020	24

Fonte: O Autor (2016)

## 6.3.2 Instâncias de 10 itens

A Tabela 20 apresenta o resultado referente às instâncias geradas para 10 itens. Observa-se que em relação ao tempo, a estratégia RF-I teve o melhor desempenho e para a função objetivo e o GAP não teve grandes variações das soluções.

TABELA 20 – Geração de Instâncias de 10 itens

<b>Instância</b>	<b>Análise</b>	<b>CPLEX</b>	<b>RF-P</b>	<b>RF-M</b>	<b>RF-I</b>
<b>I11</b>	<b>FO</b>	18.688	23.388	18.869	19.368
	<b>GAP(%)</b>	0,11	20,19	1,07	3,62
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1260	3600	1020
<b>I12</b>	<b>FO</b>	15.283	15.387	15.279	15.291
	<b>GAP(%)</b>	3,37	4,02	3,34	3,42
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1800	2160	360
<b>I13</b>	<b>FO</b>	12.151	12.207	12.151	12.145
	<b>GAP(%)</b>	0,69	1,15	0,69	0,64
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1800	3600	3600
<b>I14</b>	<b>FO</b>	12.392	12.432	12.383	12.384
	<b>GAP(%)</b>	0,77	1,09	0,69	0,70
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1920	1920	55
<b>I15</b>	<b>FO</b>	14.192	14.287	14.192	14.192
	<b>GAP(%)</b>	0,59	1,25	0,59	0,59
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3360	2040	85
<b>I16</b>	<b>FO</b>	16.969	17.098	16.969	16.969
	<b>GAP(%)</b>	0,52	1,27	0,52	0,52
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	540	3240	140
<b>I17</b>	<b>FO</b>	17.734	17.886	17.733	18.265
	<b>GAP(%)</b>	5,00	5,80	4,99	7,76
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1380	1800	93
<b>I18</b>	<b>FO</b>	19.809	19.875	19.813	19.811
	<b>GAP(%)</b>	0,51	0,84	0,53	0,52
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1860	3600	420
<b>I19</b>	<b>FO</b>	13.835	13.855	13.835	13.820
	<b>GAP(%)</b>	0,58	0,72	0,58	0,47
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	1980	3600	3600
<b>I20</b>	<b>FO</b>	11.780	11.828	11.780	11.825
	<b>GAP(%)</b>	0,65	1,06	0,65	1,03
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3600	3600	3600

Fonte: O Autor (2016)

## 6.3.3 Instâncias de 15 itens

A Tabela 21 apresenta o resultado referente às instâncias geradas para 15 itens. Novamente é possível observar o melhor desempenho da estratégia RF-I em relação ao tempo.

TABELA 21 – Geração de Instâncias de 15 itens

<b>Instância</b>	<b>Análise</b>	<b>CPLEX</b>	<b>RF-P</b>	<b>RF-M</b>	<b>RF-I</b>
<b>I21</b>	<b>FO</b>	18.170	18.427	18.217	18.699
	<b>GAP(%)</b>	1,00	2,38	1,26	3,80
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3120	3600	300
<b>I22</b>	<b>FO</b>	12.594	12.645	12.598	12.595
	<b>GAP(%)</b>	1,32	1,72	1,35	1,33
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	2820	3600	3600
<b>I23</b>	<b>FO</b>	26.474	26.614	26.233	26.769
	<b>GAP(%)</b>	1,76	2,28	0,86	2,84
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	2940	3600	480
<b>I24</b>	<b>FO</b>	16.102	16.856	16.002	15.969
	<b>GAP(%)</b>	3,34	7,66	2,74	2,54
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3420	3600	720
<b>I25</b>	<b>FO</b>	19.803	20.222	20.310	19.802
	<b>GAP(%)</b>	2,62	4,64	5,05	2,62
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	2820	3600	3600
<b>I26</b>	<b>FO</b>	15.471	15.492	15.412	15.460
	<b>GAP(%)</b>	1,58	1,72	1,21	1,50
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3060	3600	3600
<b>I27</b>	<b>FO</b>	11.810	11.867	11.813	11.811
	<b>GAP(%)</b>	1,10	1,58	1,13	1,11
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3060	3600	3600
<b>I28</b>	<b>FO</b>	17.433	17.513	17.360	17.460
	<b>GAP(%)</b>	1,27	1,72	0,86	1,43
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3060	3600	600
<b>I29</b>	<b>FO</b>	12.905	12.946	12.884	12.670
	<b>GAP(%)</b>	1,87	2,18	1,71	0,05
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	2940	3600	3600
<b>I30</b>	<b>FO</b>	11.561	11.618	11.554	11.556
	<b>GAP(%)</b>	1,19	1,67	1,13	1,14
	<b>TEMPO(seg.)</b>	3600	3000	3600	3600

Fonte: O Autor (2016)

### 6.3.4 Instâncias de 20 itens

A Tabela 22 apresenta o resultado referente às instâncias geradas para 20 itens. Observa-se também que a heurística RF-I apresenta os melhores resultados em todas as análises.

TABELA 22 – Geração de Instâncias de 20 itens

Instância	Análise	CPLEX	RF-P	RF-M	RF-I
I31	FO	12.807	20.940	13.105	15.460
	GAP(%)	19,09	50,52	62,25	68,00
	TEMPO(seg.)	3600	420	3600	780
I32	FO	11.993	11.990	12.131	11.914
	GAP(%)	71,31	71,30	71,63	71,12
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I33	FO	11.914	11.925	11.816	11.684
	GAP(%)	9,17	9,25	8,41	7,38
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I34	FO	56.417	48.675	49.350	49.145
	GAP(%)	68,74	63,76	64,26	64,11
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	1920
I35	FO	11.824	11.819	11.846	11.825
	GAP(%)	80,91	80,90	80,95	80,91
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I36	FO	11.449	11.448	11.562	11.395
	GAP(%)	9,49	9,49	10,38	9,07
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I37	FO	71.950	70.810	71.970	71.850
	GAP(%)	92,16	92,03	92,16	92,14
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I38	FO	81.353	81.352	81.351	80.370
	GAP(%)	91,61	91,61	91,61	91,51
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I39	FO	14.591	15.530	14.998	14.498
	GAP(%)	65,88	67,95	66,81	65,66
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600
I40	FO	11.925	11.924	11.927	11.845
	GAP(%)	77,50	77,50	77,50	77,35
	TEMPO(seg.)	3600	3600	3600	3600

Fonte: O Autor (2016)

Na Tabela 22 observa-se que os valores de GAP são altos, enquanto nas Tabelas 19 à 21 são baixos. Isso mostra que as instâncias geradas são de difícil solução, ou seja, não sendo possível determinar se os resultados obtidos pelas heurísticas propostas estão próximas às respectivas soluções ótimas. É possível concluir com a análise dos resultados apresentados nas Tabelas 20, 21 e 22 que a estratégia RF-I possui o melhor desempenho, pois à medida

que o número de subproblemas aumenta em cada partição, o número de variáveis fixadas é menor. Ou seja, nota-se que há em comum, a estratégia que apresenta o maior número de subproblemas em cada partição, pois para as instâncias de 5 itens, dentre as partições, a RF-P apresentou o melhor desempenho, devido ter 8 períodos, isto é, resolve-se 8 subproblemas. Para as instâncias de 10 itens, 15 itens e 20 itens a RF-I teve o melhor desempenho, pois dentre as estratégias analisadas, resolve-se 10, 15 e 20 subproblemas, respectivamente.

Para avaliar os resultados dessas instâncias utilizou-se o método proposto por [Dolan e Moré \(2002\)](#) e também utilizados nas teses de [Kawamura \(2011\)](#) e [Ulbricht \(2015\)](#).

#### 6.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS DAS INSTÂNCIAS DE TESTE UTILIZANDO A HEURÍSTICA *RELAX-AND-FIX*

Para avaliar o desempenho das estratégias de resolução propostas, utilizou-se um método de análise de perfis de desempenho proposto por [Dolan e Moré \(2002\)](#). A avaliação pode ser feita com vários parâmetros, desde que avaliado um por vez. Neste trabalho os perfis de desempenho serão avaliados quanto a qualidade do valor encontrado para a função objetivo, o tempo computacional e o GAP.

Seja  $P$  o conjunto teste que têm  $n_p$  problemas e,  $S$  o conjunto dos  $n_s$  métodos ou estratégias de resolução. Para cada problema  $p \in P$  e um método de resolução  $s \in S$ , define-se:

- $FO_{ps}$ : é o valor da função objetivo obtido para o problema  $p$  com o método  $s$ ;
- $t_{ps}$ : é o tempo computacional necessário para resolver o problema  $p$  com o método  $s$ ;
- $GAP_{ps}$ : é o GAP do problema  $p$  com o método  $s$ .

Primeiramente calcula-se a razão ou o coeficiente de desempenho ( $r_{p,s}$ ) proposto por [Dolan e Moré \(2002\)](#), conforme a expressão (6.2).

$$r_{ps} = \begin{cases} \frac{FO_{ps}}{\min\{FO_{ps}, \forall s \in S\}}, & \text{se a avaliação for em relação ao valor FO;} \\ \frac{t_{ps}}{\min\{t_{ps}, \forall s \in S\}}, & \text{se a avaliação for em relação ao tempo;} \\ \frac{GAP_{ps}}{\min\{GAP_{ps}, \forall s \in S\}}, & \text{se a avaliação for em relação ao GAP.} \end{cases} \quad (6.2)$$

O coeficiente de desempenho mostra o comportamento de um método para a resolução de um determinado problema. Entretanto, para uma avaliação geral do desempenho deste método, define-se a expressão (6.3), como o perfil de desempenho  $pd_s(\varepsilon)$ , onde  $n_p$  é a

quantidade de problemas do conjunto de problemas  $P$  e,  $\varepsilon$  é um parâmetro pertencente ao intervalo  $[1, r_M)$ , sendo que  $r_M$  é definido nas equações (6.6) e (6.7).

$$pd_s(\varepsilon) = \frac{1}{n_p} \{p \in P; r_{ps} \leq \varepsilon\} \quad (6.3)$$

Ou seja,  $pd_s(\varepsilon)$  é a probabilidade que a razão de desempenho  $r_{p,s}$  do método  $s \in S$  esteja dentro de um parâmetro  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  da melhor razão de desempenho possível, ou ainda, a função  $pd_s(\varepsilon)$  pode ser definida como a distribuição acumulada da razão de desempenho e, reescrita conforme a expressão (6.4).

$$pd_s(\varepsilon) = P(r_{ps} \leq \varepsilon; 1 \leq s \leq n_s) \quad (6.4)$$

Para comparação entre os métodos, os perfis de desempenho são apresentados em um único gráfico, por curvas que variam em função do parâmetro  $\varepsilon$  no intervalo  $[1, r_M)$ . Ou seja, o eixo das abcissas corresponde ao valor de  $\varepsilon$  e, o eixo das ordenadas aos valores de  $pd_s(\varepsilon)$ . A geração dos gráficos foi feita conforme Munari (2009).

Se o valor de  $r_M$  for muito grande, pode-se usar uma escala logarítmica para a apresentação dos perfis de desempenho no gráfico, e calcular  $pd_s(\varepsilon)$  pela expressão (6.5), onde o parâmetro  $\varepsilon$  varia no intervalo  $[0, r_M)$ .

$$pd_s(\varepsilon) = \frac{1}{n_p} \{p \in P; \log_2(r_{ps}) \leq \varepsilon\} \quad (6.5)$$

Caso o método de resolução falhar ao resolver o problema  $p$ , deve-se usar  $r_{ps} = r_M$ , onde  $r_M \geq r_{ps}, \forall p \in P, \forall s \in S$ . Nesse trabalho se definirá o  $r_M$  conforme o proposto por Munari (2009). Para a escala tradicional, tem-se:

$$r_M = 1 + \max \{r_{ps}, \forall p \in P, \forall s \in S\}, \varepsilon \in [1, r_M) \quad (6.6)$$

E, para a escala logarítmica, tem-se:

$$r_M = 1 + \max \{\log_2(r_{ps}), \forall p \in P, \forall s \in S\}, \varepsilon \in [0, r_M) \quad (6.7)$$

Quando tem-se a razão de desempenho  $r_{ps} = 1$ , significa que na resolução do problema  $p \in P$ , o menor valor encontrado para a função objetivo foi, com o método  $s \in S$ .

Para avaliar o desempenho da heurística *relax-and-fix* independente da estratégia, todas as instâncias foram consideradas no conjunto de testes. A Tabela 23, mostra os valores obtidos para a razão de desempenho em relação ao valor da função objetivo para cada uma das estratégias *relax-and-fix* utilizadas nas instâncias de teste. Observa-se que os valores variam

dentro do intervalo  $[1,000; 1,598]$ , ou seja, que o pior resultado é 59,8% maior do que o melhor resultado.

Analisando-se o maior valor, ou seja, a pior situação da razão de desempenho na Tabela 23, nota-se que o melhor desempenho foi da heurística RF-M para a função objetivo, seguido das heurísticas RF-I e RF-P.

TABELA 23 – Razão de desempenho em relação ao valor da função objetivo obtido para as estratégias *relax-and-fix*.

Instância	RF-P	RF-M	RF-I
I1	1,003	1,000	1,000
I2	1,002	1,000	1,001
I3	1,001	1,000	1,001
I4	1,003	1,000	1,001
I5	1,267	1,000	1,000
I6	1,001	1,000	1,000
I7	1,002	1,000	1,001
I8	1,192	1,000	1,002
I9	1,003	1,000	1,001
I10	1,206	1,000	1,002
I11	1,239	1,000	1,026
I12	1,007	1,000	1,001
I13	1,005	1,000	1,000
I14	1,004	1,000	1,000
I15	1,007	1,000	1,000
I16	1,008	1,000	1,000
I17	1,009	1,000	1,030
I18	1,003	1,000	1,000
I19	1,003	1,001	1,000
I20	1,004	1,000	1,004
I21	1,012	1,000	1,026
I22	1,004	1,000	1,000
I23	1,015	1,000	1,020
I24	1,056	1,002	1,000
I25	1,021	1,026	1,000
I26	1,005	1,000	1,003
I27	1,005	1,000	1,000
I28	1,009	1,000	1,006
I29	1,022	1,017	1,000
I30	1,006	1,000	1,000
I31	1,598	1,000	1,180
I32	1,006	1,018	1,000
I33	1,021	1,011	1,000
I34	1,000	1,014	1,010
I35	1,000	1,002	1,001
I36	1,005	1,015	1,000
I37	1,000	1,016	1,015
I38	1,012	1,012	1,000
I39	1,071	1,034	1,000
I40	1,007	1,007	1,000
<b>Maior Valor</b>	<b>1,598</b>	<b>1,034</b>	<b>1,180</b>

Fonte: O Autor (2016)



A Figura 6.11, apresenta o gráfico do perfil de desempenho em relação a função objetivo das heurísticas *relax-and-fix*.

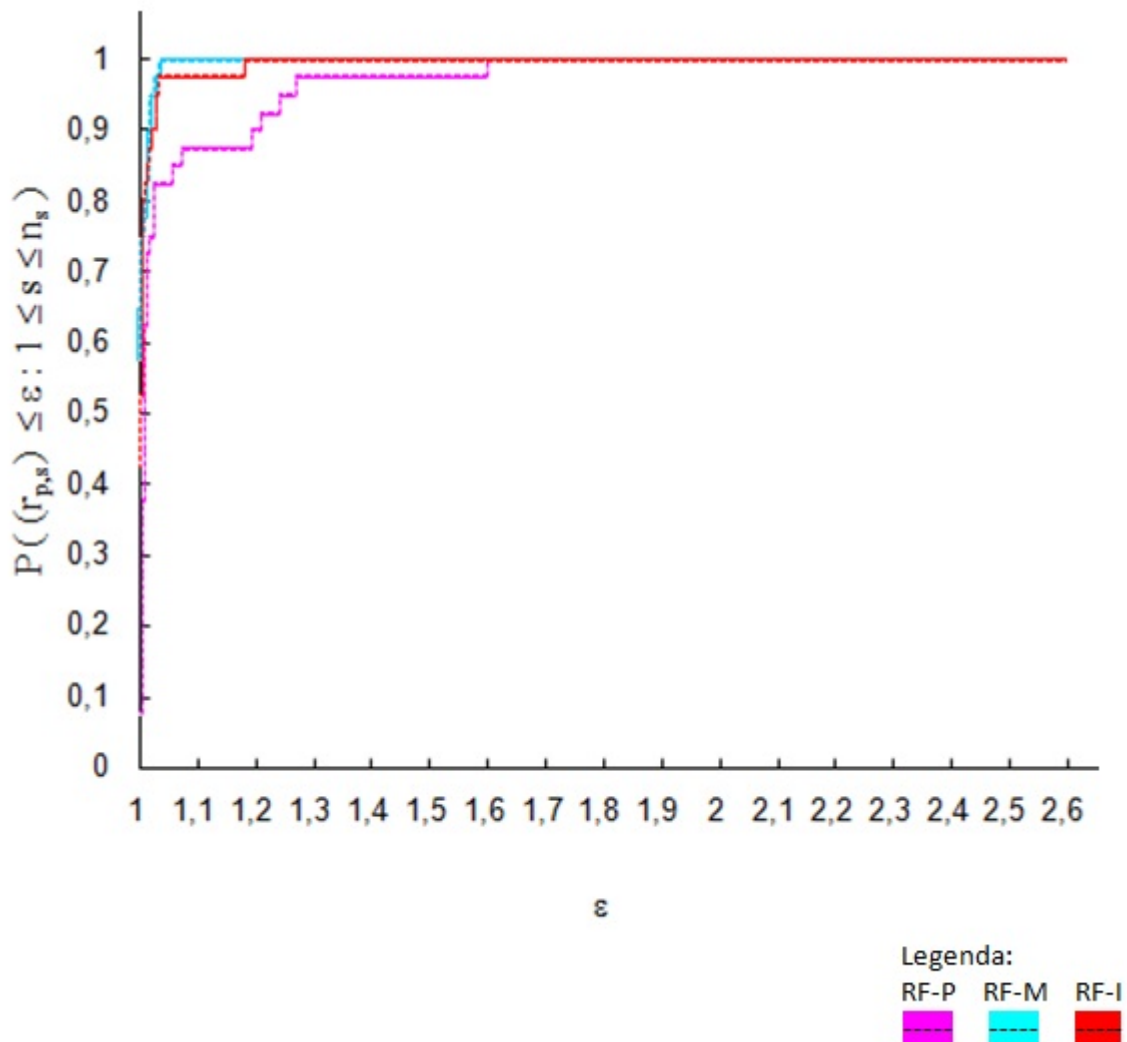


FIGURA 6.11 – Gráfico do perfil de desempenho em relação a função objetivo das heurísticas *relax-and-fix*.

Fonte: O Autor (2016)

Analisando o desempenho final dos métodos no gráfico apresentado na Figura 6.11, nota-se que o melhor desempenho foi da estratégia RF-M que alcança desempenho igual a 1 com  $r_{ps} = 1,034$ , ou seja, o pior resultado dessa estratégia nos testes realizados possui razão de desempenho  $r_{ps} = 3,4\%$  maior do que o melhor resultado geral obtido. Em contrapartida, a estratégia RF-P é a de pior perfil, ou seja, o pior resultado dessa estratégia é  $59,8\%$  maior do que o melhor resultado geral obtido nos testes realizados ( $r_{ps} = 1,598$ ). Resumindo, é possível verificar que a estratégia RF-M tem a probabilidade de alcançar melhores resultados em qualquer conjunto de problemas desta natureza e sendo que o pior valor da função objetivo encontrado deve ser  $3,4\%$  maior que o melhor valor.

A Tabela 24 mostra a razão de desempenho referente ao tempo de resolução de cada instância de teste através das heurísticas *relax-and-fix*. Considerando uma escala normal,

os valores de  $r_{ps}$  foram considerados grandes, então optou-se pela representação em escala logarítmica. Neste caso, a Tabela 24 apresenta os valores de  $\log_2(r_{ps})$ .

Quando opta-se por representar em escala logarítmica e tem-se  $r_{ps} = 0$ , significa que na resolução do problema  $p \in P$ , o menor tempo foi obtido com o método  $s \in S$ . O maior coeficiente de desempenho encontrado foi  $r_{ps} = 8,409$ , assim definiu-se  $r_M = 8,409 + 1 = 9,409$ .

TABELA 24 – Logaritmo da razão de desempenho referente ao tempo para a resolução das heurísticas *relax-and-fix*  $[\log_2(r_{ps})]$

Instância	RF-P	RF-M	RF-I
I1	0,000	4,931	1,322
I2	0,000	2,807	3,000
I3	0,000	1,322	2,000
I4	0,737	1,000	0,000
I5	0,585	0,000	0,585
I6	1,415	0,737	0,000
I7	0,000	5,000	1,222
I8	0,000	6,492	2,807
I9	0,000	1,322	0,585
I10	0,000	8,409	3,000
I11	0,305	1,819	0,000
I12	2,322	2,585	0,000
I13	0,000	1,000	1,000
I14	5,126	5,126	0,000
I15	5,305	4,585	0,000
I16	1,948	4,532	0,000
I17	3,891	4,275	0,000
I18	2,147	3,100	0,000
I19	0,000	0,862	0,862
I20	0,000	0,000	0,000
I21	3,379	3,585	0,000
I22	0,000	0,352	0,352
I23	2,615	2,907	0,000
I24	2,248	2,322	0,000
I25	0,000	0,352	0,352
I26	0,000	0,234	0,234
I27	0,000	0,234	0,234
I28	2,350	2,585	0,000
I29	0,000	0,292	0,292
I30	0,000	0,263	0,263
I31	0,000	3,100	0,893
I32	0,000	0,000	0,000
I33	0,000	0,000	0,000
I34	0,907	0,907	0,000
I35	0,000	0,000	0,000
I36	0,000	0,000	0,000
I37	0,000	0,000	0,000
I38	0,000	0,000	0,000
I39	0,000	0,000	0,000
I40	0,000	0,000	0,000
<b>Maior Valor</b>	5,305	$r_M$	3,000

Fonte: O Autor (2016)

Na Figura 6.12, observa-se que a estratégia que converge mais rapidamente para o valor 1 é a RF-I, que atinge  $pd_s(\varepsilon) = 1$  em  $\varepsilon = 3$ , ou seja, o pior resultado dessa estratégia nos testes realizados possui  $r_{ps} = 3$ . Em seguida vem a estratégia RF-P com desempenho em  $\varepsilon = 5,305$ , e por último a estratégia RF-M que só atingirá o desempenho em  $r_M = 9,409$ .

Observa-se, por exemplo, se for considerar uma probabilidade de 90% para que qualquer problema executado tenha uma razão de desempenho menor que  $\varepsilon$ , na estratégia RF-I este  $\varepsilon$  seria 1,5, nas RF-P e RF-I, os valores de  $\varepsilon$  seriam aproximadamente 3 e 5, respectivamente, o que confirma RF-I como uma melhor estratégia.

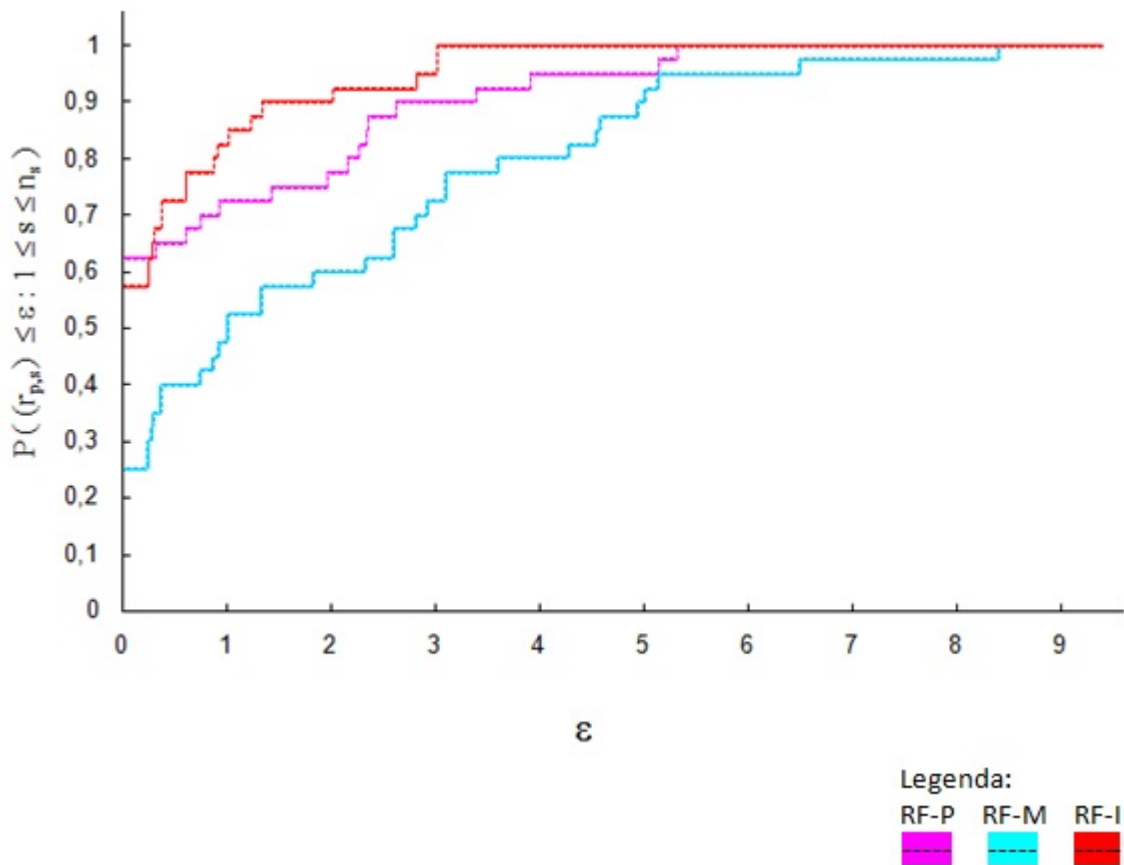


FIGURA 6.12 – Gráfico do perfil de desempenho em relação ao tempo computacional das heurísticas *relax-and-fix*.

Fonte: O Autor (2016)

A Tabela 25 mostra a razão de desempenho referente ao GAP de cada instância de teste através das heurísticas *relax-and-fix*. O maior coeficiente de desempenho encontrado foi  $r_{ps} = 10,849$ , assim definiu-se  $r_M = 10,849 + 1 = 11,849$ .

TABELA 25 – Logaritmo da razão de desempenho referente ao GAP para a resolução das heurísticas *relax-and-fix* [ $\log_2(r_{ps})$ ]

Instância	RF-P	RF-M	RF-I
I1	2,559	0,000	0,241
I2	4,041	0,000	2,584
I3	2,584	0,000	2,115
I4	4,829	0,000	2,584
I5	10,849	0,000	1,807
I6	2,998	0,000	0,000
I7	1,364	0,000	0,998
I8	2,102	0,000	0,065
I9	4,206	0,000	2,584
I10	2,134	0,000	0,054
I11	4,237	0,000	1,757
I12	0,266	0,000	0,032
I13	0,842	0,111	0,000
I14	0,645	0,000	0,017
I15	1,082	0,000	0,000
I16	1,291	0,000	0,000
I17	0,218	0,000	0,636
I18	0,693	0,028	0,000
I19	0,619	0,299	0,000
I20	0,693	0,000	0,656
I21	0,922	0,000	1,597
I22	0,368	0,021	0,000
I23	1,409	0,000	1,729
I24	1,595	0,110	0,000
I25	0,824	0,947	0,000
I26	0,509	0,000	0,314
I27	0,506	0,020	0,000
I28	1,007	0,000	0,733
I29	5,445	5,094	0,000
I30	0,570	0,000	0,019
I31	0,000	0,301	0,429
I32	0,004	0,010	0,000
I33	0,326	0,189	0,000
I34	0,000	0,011	0,008
I35	0,000	0,001	0,000
I36	0,065	0,194	0,000
I37	0,000	0,002	0,002
I38	0,002	0,002	0,000
I39	0,049	0,025	0,000
I40	0,003	0,003	0,000
<b>Maior Valor</b>	$r_M$	5,094	2,584

Fonte: O Autor (2016)

Analisando-se a Tabela 25, nota-se que o melhor desempenho foi da heurística RF-I, seguido da heurística RF-M, e a pior sendo a RF-P.

Na Figura 6.13, observa-se que a estratégia RF-M domina a outras estratégias, tomando-se  $\varepsilon = 2,2$ , tem uma probabilidade de mais de 95% de melhor desempenho em relação as demais, seguida da RF-I e RF-P.

Por exemplo, se considerar uma probabilidade de 90%, para que qualquer problema executado tenha uma razão de desempenho menor que  $\varepsilon$ , na estratégia RF-M este  $\varepsilon$  seria quase 0,5, nas RF-I e RF-P, os valores de  $\varepsilon$  seriam aproximadamente 2 e 4,5, respectivamente, o que confirma RF-M como uma melhor estratégia em relação ao GAP.

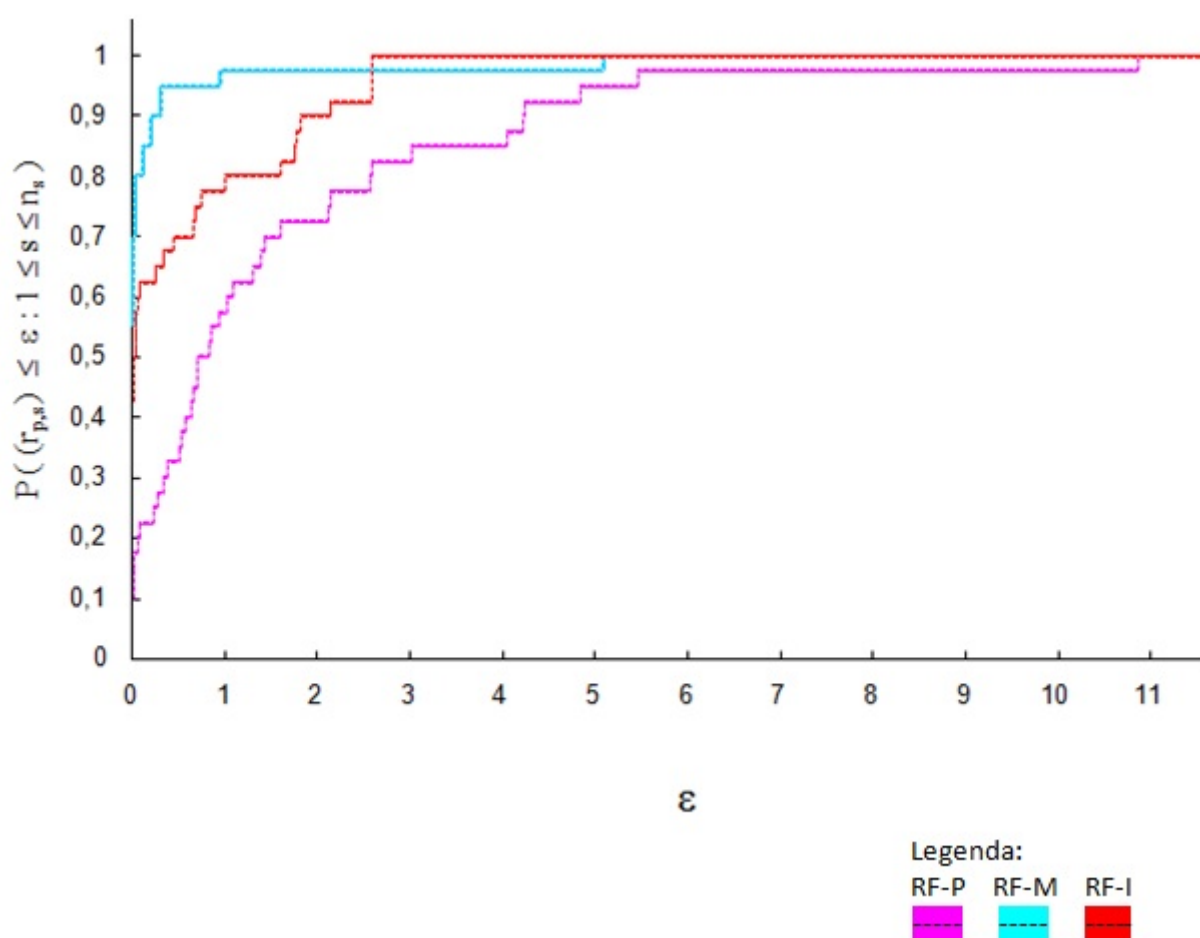


FIGURA 6.13 – Gráfico do perfil de desempenho em relação ao GAP das heurísticas *relax-and-fix*.

Fonte: O Autor(2016)

A Tabela 26 mostra o resumo comparativo do desempenho das estratégias *relax-and-fix*, nos testes realizados.

TABELA 26 – Comparativo de desempenho das estratégias *relax-and-fix*

<b>Estratégia</b>	<b>RF-P</b>	<b>RF-M</b>	<b>RF-I</b>
<b>Função Objetivo</b>	3º	1º	2º
<b>Tempo</b>	2º	3º	1º
<b>GAP</b>	3º	1º	2º

Fonte: O Autor (2016)

Observa-se na Tabela 26, que quanto ao melhor desempenho em relação ao valor da função objetivo e ao GAP foi a estratégia RF-M. Enquanto que para o tempo computacional foi a RF-I. Como não existe uma única estratégia que seja melhor para as avaliações da função objetivo, tempo e GAP, então, observando que a função objetivo e o GAP estão correlacionados, optou-se por sugerir que a estratégia RF-I seja a escolhida, pois em relação ao tempo, ela é melhor e em relação a função objetivo e ao GAP foi considerado como a segunda melhor estratégia.

No Capítulo 7 são apresentadas considerações finais sobre o desenvolvimento dessa tese e sugestões para futuros trabalhos.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

A motivação desse trabalho foi o interesse em apresentar um modelo matemático para um problema de dimensionamento de lotes e sequenciamento para o dia-a-dia de um setor de uma indústria. Para isto foram feitas algumas visitas em uma fábrica de inversores no Sul do País. A partir daí realizou-se um estudo aprofundado sobre modelos matemáticos aplicados a programação e sequenciamento da produção. Propôs-se então um modelo matemático envolvendo-se dois estágios: a produção e o teste de funcionalidade com estoques intermediários, em máquinas paralelas.

O modelo matemático proposto para o problema em estudo mostrou-se eficaz através dos testes realizados no Capítulo 4, pois observou-se um controle de produção nas máquinas, não deixando-as ociosas, e ao mesmo tempo um controle nos estoques intermediários a fim de não gerar filas para o teste de funcionalidade. É importante também observar que tanto o estoque intermediário e os fornos não ficaram subutilizados, ou seja, tiveram praticamente a sua máxima ocupação dentro dos dados utilizados, demonstrando assim que o modelo apresentou um sincronismo entre a produção e o teste de funcionalidade, controlado pelo estoque intermediário.

No Capítulo 6 foram apresentados testes computacionais utilizando-se as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*, pois a medida que aumenta-se o número de itens, máquinas e fornos, o modelo não consegue ser mais resolvido de forma exata, daí então a necessidade das heurísticas. A técnica *fix-and-optimize* não contribuiu em melhorias nos testes realizados, apesar de ter-se dado mais 1 hora para tal fim. Justifica-se esse mau desempenho devido ao fato de que a heurística *fix-and-optimize* considera uma solução conhecida e fixa um conjunto de variáveis de  $n - 1$  partições que pode não gerar melhoria nas variáveis da partição a ser otimizada. O desempenho da heurística *relax-and-fix* depende da dimensão dos subproblemas, do tempo de busca em cada um, como também da solução inicial no primeiro subproblema. Em relação às instâncias testadas, a estratégia RF-M teve um melhor desempenho em relação ao valor da função objetivo e ao GAP, como ambos estão correlacionados, optou-se em escolher a estratégia RF-I, pois seu desempenho foi melhor em relação ao tempo, e em relação a função objetivo e ao GAP foi considerado como a segunda melhor estratégia.

A principal contribuição dessa tese foi a proposta do modelo matemático para problemas de programação e sequenciamento da produção com estoques intermediários entre a produção do item e seu teste de funcionalidade. A vantagem é que esse modelo pode ser aplicado a qualquer setor de uma indústria devido a sua própria formulação.

Do ponto de vista computacional sugere-se a realização de testes aplicando-se diferentes metodologias de resolução apresentadas nesse trabalho a fim de verificar se melhores resultados

poderão ser obtidos. Meta-heurísticas puras ou híbridas podem ser promissoras na obtenção de soluções.

Uma abordagem multiobjetivo também poderia ser aplicada ao modelo proposto devido ao conflito entre as parcelas da função objetivo.

Em uma indústria existem vários ambientes de produção, portanto, diversos outros estudos e abordagens podem ainda ser realizados, desde a reformulação do modelo até suas maneiras de resolução.



## REFERÊNCIAS

- AKBALIK, A.; PENZ, B. Exact methods for single-item capacitated lot sizing problem with alternative machines and piece-wise linear production costs. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 119, n. 2, p. 367–379, 2009. Citado na página 25.
- AKSEN, D. Loss of customer goodwill in the uncapacitated lot-sizing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 34, n. 9, p. 2805–2823, 2007. Citado na página 25.
- ARAUJO, S. A. de; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte. *Gestão & Produção*, SciELO Brasil, v. 11, p. 165–176, 2004. Citado na página 25.
- ARAUJO, S. A. de; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 13, n. 4, p. 337–358, 2007. Citado na página 15.
- ARAUJO, S. A. de; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 35, n. 3, p. 916–932, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 73.
- BASSO, F.; VARAS, M. A mip formulation and a heuristic solution approach for the bottling scheduling problem in the wine industry. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, 2016. Citado na página 39.
- BELVAUX, G.; WOLSEY, L. A. Modelling practical lot-sizing problems as mixed-integer programs. *Management Science*, INFORMS, v. 47, n. 7, p. 993–1007, 2001. Citado na página 29.
- BERALDI, P. et al. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 35, n. 11, p. 3644–3656, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 73.
- BERRETTA, R.; FRANÇA, P. M.; ARMENTANO, V. A. Metaheuristic approaches for the multilevel resource-constrained lot-sizing problem with setup and lead times. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, World Scientific, v. 22, n. 02, p. 261–286, 2005. Citado na página 25.
- BITRAN, G. R.; YANASSE, H. H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, INFORMS, v. 28, n. 10, p. 1174–1186, 1982. Citado na página 25.
- CAMARGO, V. C.; TOLEDO, F. M.; ALMADA-LOBO, B. Hops–hamming-oriented partition search for production planning in the spinning industry. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 234, n. 1, p. 266–277, 2014. Citado na página 39.
- CAMARGO, V. C.; TOLEDO, F. M. B.; ALMADA-LOBO, B. Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries. *Journal of the Operational Research Society*, Springer, v. 63, n. 11, p. 1613–1630, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

- CHANG, D.-S.; CHYR, F.-C.; YANG, F.-C. Incorporating a database approach into the large-scale multi-level lot sizing problem. *Computers & Mathematics with Applications*, Elsevier, v. 60, n. 9, p. 2536–2547, 2010. Citado na página 25.
- CHASE, R. B.; AQUILANO, N. J.; JACOBS, F. R. *Administracao Da Producao Para a Vantagem Competit.* [S.l.]: Bookman, 2006. Citado na página 19.
- CLARK, A. R.; CLARK, S. J. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 38, n. 10, p. 2287–2307, 2000. Citado na página 37.
- COPIL, K. et al. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR Spectrum*, Springer, v. 39, n. 1, p. 1–64, 2017. Citado na página 40.
- DASTIDAR, S. G.; NAGI, R. Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 32, n. 11, p. 2987–3005, 2005. Citado na página 37.
- DOLAN, E. D.; MOREÉ, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical programming*, Springer, v. 91, n. 2, p. 201–213, 2002. Citado na página 93.
- DREXL, A.; HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 73–87, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 29.
- DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling—survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 99, n. 2, p. 221–235, 1997. Citado na página 29.
- FERREIRA, D. et al. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 136, n. 2, p. 255–265, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 38.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 31, 32, 38 e 73.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 37, n. 4, p. 684–691, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 73.
- FLEISCHMANN, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 75, n. 2, p. 395–404, 1994. Citado na página 27.
- FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, Springer, v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997. Citado na página 29.
- FURLAN, M. et al. Unequal individual genetic algorithm with intelligent diversification for the lot-scheduling problem in integrated mills using multiple-paper machines. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 59, p. 33–50, 2015. Citado na página 39.
- GUPTA, D.; MAGNUSSON, T. The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 32, n. 4, p. 727–747, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 31.

HAASE, K.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 66, n. 2, p. 159–169, 2000. Citado na página [31](#).

HELBER, S.; SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010. Citado na página [79](#).

HEUVEL, W. V. D.; WAGELMANS, A. P. A comparison of methods for lot-sizing in a rolling horizon environment. *Operations Research Letters*, Elsevier, v. 33, n. 5, p. 486–496, 2005. Citado na página [24](#).

HINDI, K. Solving the single-item, capacitated dynamic lot-sizing problem with startup and reservation costs by tabu search. *Computers & industrial engineering*, Elsevier, v. 28, n. 4, p. 701–707, 1995. Citado na página [28](#).

JAMES, R. J.; ALMADA-LOBO, B. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 12, p. 1816–1825, 2011. Citado na página [79](#).

JONER, S.; VOLPI, N. M. P. Proposta de um modelo matemático para a produção e teste de funcionalidade em ambiente de máquinas. *Interciencia: Revista de ciencia y tecnología de América*, Asociación Interciencia, v. 42, n. 1, p. 33–38, 2017. Citado na página [82](#).

JÓZEFOWSKA, J.; ZIMNIAK, A. Optimization tool for short-term production planning and scheduling. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 112, n. 1, p. 109–120, 2008. Citado na página [38](#).

KANG, S.; MALIK, K.; THOMAS, L. J. Lotsizing and scheduling on parallel machines with sequence-dependent setup costs. *Management science*, INFORMS, v. 45, n. 2, p. 273–289, 1999. Citado na página [37](#).

KARIMI, B.; GHOMI, S. F.; WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, Elsevier, v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003. Citado 2 vezes nas páginas [21](#) e [23](#).

KAWAMURA, M. S. *Dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção na indústria de bens de consumo de higiene pessoal*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011. Citado na página [93](#).

KAWAMURA, S.; RONCONI, D. P. Aplicação da heurística relax-and-fix no problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção em máquinas distintas em paralelo. *Anais do XLII SBPO, Bento Gonçalves-Brazil*, 2009. Citado na página [47](#).

KIMMS, A. Competitive methods for multi-level lot sizing and scheduling: Tabu search and randomized regrets. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 34, n. 8, p. 2279–2298, 1996. Citado na página [29](#).

KIMMS, A. A genetic algorithm for multi-level, multi-machine lot sizing and scheduling. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 26, n. 8, p. 829–848, 1999. Citado na página [29](#).

LAMBRECHT, M.; VANDERVEKEN, H. Heuristic procedures for the single operation, multi-item loading problem. *AIIE Transactions*, Taylor & Francis, v. 11, n. 4, p. 319–326, 1979. Citado na página 25.

LANG, J. C.; SHEN, Z.-J. M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 214, n. 3, p. 595–605, 2011. Citado na página 79.

LASDON, L.; TERJUNG, R. An efficient algorithm for multi-item scheduling. *Operations research*, INFORMS, v. 19, n. 4, p. 946–969, 1971. Citado na página 27.

LEUNG, J. Y. *Handbook of scheduling: algorithms, models, and performance analysis*. [S.l.]: CRC Press, 2004. Citado na página 19.

MACCARTHY, B. L.; LIU, J. Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling. *The International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 31, n. 1, p. 59–79, 1993. Citado na página 20.

MAES, J.; MCCLAIN, J. O.; WASSENHOVE, L. N. V. Multilevel capacitated lotsizing complexity and lp-based heuristics. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 53, n. 2, p. 131–148, 1991. Citado na página 25.

MAES, J.; WASSENHOVE, L. N. V. Multi item single level capacitated dynamic lotsizing heuristics: a computational comparison (part i: static case). *IIE transactions*, Taylor & Francis, v. 18, n. 2, p. 114–123, 1986. Citado na página 25.

MATEUS, G. R.; RESENDE, M. G.; SILVA, R. M. Grasp: Procedimentos de busca gulosos, aleatórios e adaptativos. *2a Escola Luso-Brasileira de Computação Evolutiva*, 2010. Citado na página 25.

MELO, R. A.; WOLSEY, L. A. Uncapacitated two-level lot-sizing. *Operations Research Letters*, Elsevier, v. 38, n. 4, p. 241–245, 2010. Citado na página 25.

MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 139, n. 2, p. 277–292, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 32, 33, 37 e 47.

MEYR, H.; MANN, M. A decomposition approach for the general lotsizing and scheduling problem for parallel production lines. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 229, n. 3, p. 718–731, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 39.

MUNARI, P. A. *Comparação de softwares científicos utilizando perfis de desempenho: automatização dos cálculos pela planilha perfis XLS*. 2009. Disponível em: <[http://conteudo.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos\\_enviados/BIBLIOTECA\\_113\\_RT\\_344.PDF](http://conteudo.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos_enviados/BIBLIOTECA_113_RT_344.PDF)>. Citado na página 94.

PEDROSO, M. C.; CORRÊA, H. L. Sistemas de programação da produção com capacidade finita: uma decisão estratégica? *Revista de Administração de Empresas*, SciELO Brasil, v. 36, n. 4, p. 00–00, 1996. Citado na página 19.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. *Production planning by mixed integer programming*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado na página 74.

REGO, M. F. Algoritmos multiobjetivos para o problema de sequenciamento de tarefas em uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência e da família. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto., 2013. Citado na página 15.

SAHLING, F. et al. Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 36, n. 9, p. 2546–2553, 2009. Citado na página 79.

SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B. Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 63, n. 1, p. 1–12, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 73.

SCHRAGE, L. The multiproduct lot scheduling problem. In: *Deterministic and Stochastic Scheduling*. [S.l.]: Springer, 1982. p. 233–244. Citado na página 26.

SOUZA, E. C. D. *PROGRAMAÇÃO DE TAREFAS EM UM FLOWSHOP*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2009. Citado na página 20.

SUPITHAK, W.; LIMAN, S. D.; MONTES, E. J. Lot-sizing and scheduling problem with earliness tardiness and setup penalties. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 58, n. 3, p. 363–372, 2010. Citado na página 27.

TOLEDO, C. F. et al. A memetic framework for solving the lot sizing and scheduling problem in soft drink plants. In: *Variants of Evolutionary Algorithms for Real-World Applications*. [S.l.]: Springer, 2012. p. 59–93. Citado na página 15.

TOLEDO, C. F. M. et al. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 21, n. 5, p. 687–717, 2015. Citado na página 39.

TOSO, E. A.; MORABITO, R.; CLARK, A. R. Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 57, n. 3, p. 813–821, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 15, 31 e 73.

TOSO, E. A. V.; MORABITO, R. Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: estudo de caso numa fábrica de rações. *Gestão & Produção*, SciELO Brasil, v. 12, n. 2, p. 203–217, 2005. Citado na página 31.

TOSO, E. A. V.; MORABITO, R.; CLARK, A. Combinação de abordagens glsp e atsp para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção de suplementos para nutrição animal. *Pesquisa Operacional*, SciELO Brasil, v. 28, n. 3, p. 423–450, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 31.

ULBRICHT, G. *Um modelo de planejamento da produção multiestágio com estoque intermediários limitados*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 73, 79 e 93.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, INFORMS, v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958. Citado na página 24.

WATERER, H. Lot sizing with inventory gains. *Operations Research Letters*, Elsevier, v. 35, n. 6, p. 759–766, 2007. Citado na página 25.

WEISS, G.; PINEDO, M. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. [S.l.]: JSTOR, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 21.

WOLSEY, L. A. *Integer Programming. Series in Discrete Mathematics and Optimization*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1998. Citado na página 73.

YAMAN, H. Polyhedral analysis for the two-item uncapacitated lot-sizing problem with one-way substitution. *Discrete Applied Mathematics*, Elsevier, v. 157, n. 14, p. 3133–3151, 2009. Citado na página 25.